



ЛАГЕР ШКОЛА ЗА
ПОДГОТОВКА НА РАЗШИРЕНИТЕ ОТБОРИ

София, 27 юни 2026 г.

Анализ на задачите

Анализ. ПЪТУВАНЕ ВЪВ ВРЕМЕТО

 7 сек.  256 MB

Сашка знае двойката (x, y) и трябва да предаде на Звезденчо едно число h , така че Звезденчо, виждайки само въпроса $q \in \{x, y\}$ и числото h , да отговори вярно („да“ при $q = x$, „не“ при $q = y$). Резултатът зависи от *най-голямото* извикано h , затова целта е то да е възможно най-малко.



**ЛАГЕР ШКОЛА ЗА
ПОДГОТОВКА НА РАЗШИРЕНИТЕ ОТБОРИ
София, 27 юни 2026 г.
Анализ на задачите**

Кодови думи като множества

Съпоставяме на всяко число $1, \dots, N$ различна кодова дума – подмножество на $\{1, \dots, K\}$ (записано като K -битово число). Стратегията на Звезденчо при число h е проста:

отговаря „да“ точно когато бит h на кодовата дума на q е 1.

За да е верен отговорът и при $q = x$, и при $q = y$, Сашка трябва да избере позиция h , на която кодът на x има 1, а кодът на y има 0:

$$h \in \text{code}(x) \setminus \text{code}(y).$$

Такава позиция съществува за всяка двойка тогава и само тогава, когато никоя кодова дума не е подмножество на друга – т.е. кодовете образуват **антиверига**.



**ЛАГЕР ШКОЛА ЗА
ПОДГОТОВКА НА РАЗШИРЕНИТЕ ОТБОРИ
София, 27 юни 2026 г.
Анализ на задачите**

Минимизиране на K

Най-голямата антиверига от подмножества на $\{1, \dots, K\}$ (теорема на Спернер) се състои от всички подмножества с размер $\lfloor K/2 \rfloor$ и има $\binom{K}{\lfloor K/2 \rfloor}$ елемента. Затова взимаме всички кодови думи с еднакъв брой единици – тогава са две по две несравними и за всяка двойка $h \in \text{code}(x) \setminus \text{code}(y)$ съществува.

Търсим най-малкото K с $\binom{K}{\lfloor K/2 \rfloor} \geq N$. За $N \leq 920$ имаме $\binom{12}{6} = 924 \geq 920$, така че $K = 12$ стига: даваме на числата различни 12-битови думи с точно шест единици. Тогава винаги $h \leq 12$ – пълен резултат.



**ЛАГЕР ШКОЛА ЗА
ПОДГОТОВКА НА РАЗШИРЕНИТЕ ОТБОРИ
София, 27 юни 2026 г.
Анализ на задачите**

Реализация

`encode(N, x, y)` намира най-ниската позиция, на която `code(x)` има 1, а `code(y)` – 0 (т.е. `code(x) & ~code(y)`), и връща нейния индекс +1. `answer(N, q, h)` връща бит h на `code(q)`.



**ЛАГЕР ШКОЛА ЗА
ПОДГОТОВКА НА РАЗШИРЕНИТЕ ОТБОРИ
София, 27 юни 2026 г.
Анализ на задачите**

Частични решения

По-наивно кодиране (например с различаващ бит без условие за еднакъв брой единици) дава по-голямо K , а оттам и по-голямо максимално h . Избор на $K = 13$ (думи с шест или седем единици) дава $h \leq 13$ и около 75%; обикновено двоично различаване дава още по-голямо h и съответно по-нисък резултат. Точките се определят от таблицата „максимално $h \rightarrow$ точки“ от условието.