Анализ. ДЖАНКИ

⏳2 сек. 💾 1024 MB

Отрязването на клон премахва цяло поддърво. Затова за всеки връх изборът е: на кой ден да го „отрежем“ от родителя му. Една групичка джанки във връх u се обира добре узряла точно когато поддървото, съдържащо u, се отдели на ден d_u. По всеки коренно-листов път дните на отрязване трябва да са **ненамаляващи** надолу (по-долните части падат не по-късно от по-горните), а целта е максимална обща стойност на обраните джанки.

Динамика по поддървета

Нека $f(v,t)$ е максималната печалба в поддървото на v, ако всички отрязвания в него стават в дни $\leq t$. За фиксиран връх $f(v,\cdot)$ е **ненамаляваща стъпаловидна функция** на t. Пазим я като асоциативен масив (`map`) от ден към *нарастването* на f в този ден.

Сливане на деца. $f(v,\cdot)$ е сумата на функциите на децата плюс приноса на джанките във v. Сумата на стъпаловидни функции = обединение на масивите им със събиране на стойностите по съвпадащи ключове; правим го по схемата „малко към голямо“ (по-малкият масив се влива в по-големия).

Добавяне на джанките (d_v, w_v). Добавяме $+w_v$ в ден d_v, след което „поглъщаме“ толкова от следващите нараствания, колкото е w_v (намаляваме ги и махаме изчерпаните ключове). Така поддържаме горната обвивка: печалбата w_v се реализира само ако отрязваме на ден $\geq d_v$, изместваики по-късни, но по-слаби възможности.

Отговорът е сборът на всички нараствания в корена (т.е. $f(1,+\infty)$). Общата сложност е $O(n\log^2 n)$.

ЛАГЕР ШКОЛА ЗА
ПОДГОТОВКА НА РАЗШИРЕНИТЕ ОТБОРИ
София, 27 юни 2026 г.
Анализ на задачите

Подзадачи

Подзадача 1 ($n, k \le 20$, $w_j = 1$; 5 точки) и **Подзадача 5 ($k \le 20$, $w_j = 1$; 13 точки).** Директна динамика $f(v, t)$ по всички дни $t \le k$: за всеки връх $O(k)$ състояния, общо $O(nk)$.

Подзадача 2 (джанки само в листата; 3 точки). Всяко листо се обира независимо в своя ден; внимава се само за съвместимостта по пътя нагоре.

Подзадача 3 (дървото е път, $w_j = 1$; 9 точки). По линеен граф задачата се свежда до най-дълга ненамаляваща подредица по дни.

Подзадача 4 ($k \le 2$; 10 точки). Само два възможни дни – разглеждат се малкото случаи.

Подзадача 6 ($m \le 1\,000$; 11 точки). Достатъчна е по-груба динамика върху срещащите се дни, $O(m^2)$.

Подзадача 7 ($w_j = 1$; 19 точки) и **Подзадача 8 (без ограничения; 30 точки).** Пълното решение със стъпаловидните функции и сливане „малко към голямо“; компресия на дните при нужда.