Анализ на задача Връзки

Подзадача №1

Първото наблюдение е, че условията образуват група от несвързани множества, които можем да поддържаме с DSU. Условие i е изпълнено, ако x_i и y_i са в едно множество.

Второто наблюдение е, че в едно множество можем да разместваме ребрата както пожелаем, стига всички върхове в това множество да остават свързани. Най-добрата конструкция в едно множество е всички ребра да излизат от един връх, защото така той ще има максимален брой съседи.

Поради допълнителното ограничение за тази подзадача, ако сме на условие i, реброто, което ще добавим, трябва задължително да свързва двете множества, от които са върховете x_i и y_i.

Нека $maxSize_i$ е броят на върховете в най-голямото множество, ако сме изпълнили всички условия от 1 до i включително. Тогава отговорът за това условие ще е $maxSize_i - 1$. Можем да следим този брой, ако използваме DSU оптимизацията union by size и направим малка модификация в метода за обединение на две множества.

Подзадача №2

За тази подзадача използваме наблюденията, които направихме до момента. Разликата е, че когато x_i и y_i са от едно множество условие i вече е изпълнено, което ни позволява да използваме реброто, което ще добавяме, както пожелаем. Нека до момента имаме k такива ребра. Ще получим максимален резултат, ако с тях свържем най-големите $k + 1$ множества в едно по-голямо.

За целта можем или всеки път да сортираме всички размери на множествата или да ги поддържаме в един multiset. И двете решения минават подзадачата, въпреки че първото има сложност $O(N^2 logN)$, а второто $O(N^2)$.

Подзадача №3

За цялостното решение използваме същата идея, но вече пазим размерите на множествата в два multiset-а. В единия поддържаме най-големите $k + 1$ размера и тяхната сума, а в другия останалтите размери. По този начин постигаме сложност $O(NlogN)$.