АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ТЕТРИС

Да означим началната конфигурация с A, а крайната – с B.

Решение за $O(4^N)$

Нека построим граф, съпоставяйки на всяка конфигурация на стълбчетата връх на графа. Между два върха има ориентирано ребро, ако от конфигурацията, съответстваща на първия връх може да се премине в конфигурацията, съответстваща на втория връх, за един ход. При така построен граф, пускаме стандартно обхождане в ширина от върха, съответстващ на конфигурацията A до достигане на върха, съответстващ на конфигурацията B и намираме най-късото разстояние между тях, което съответства на най-малкия брой ходове за преминаване от A в B.

Решение за $O(N^3)$

Ясно е, че промяната на реда на изпълнение на операциите не променя крайната конфигурация. Поради това можем да подредим групите кубчета, които ще бъдат пускани от играча по левия край. Ще използваме динамично оптимиране. Всяка операция, която се изразява с пускането на група кубчета, се характеризира с две числа *beg* и *end* – началото и края на последователността от стълбчета, върху всяко от които ще падне по едно кубче при изпълнението на операцията. Ще казваме, че операцията *започва* в стълбче с номер *beg*, *завършва* в стълбче с номер *end*, а във всяко стълбче с номер i ($beg \le i \le end$) е *отворена*.Ще се движим отляво надясно, като за всяка позиция x ще разглеждаме следните три величини: $opened(x)$ – брой на операциите, които са отворени в стълбче с номер x; $new(x)$ – брой на операциите, които започват в стълбче с номер x; $deleted(x)$ - брой на операциите, които завършват в стълбче с номер x. Тогава можем да запишем следната зависимост:

$$opened(x+1)=opened(x)-deleted(x)+new(x+1)$$

Номерацията на стълбчетата ще бъде от 0 до $N-1$.

Да обърнем внимание, че при „разумно“ опериране трябва да е изпълнено $new(x) \le 3$ за всяко стълбче x. Наистина, ако в едно и също стълбче започват повече от $new>3$ операции, то за това стълбче ефектът е същия както да започнат $new\%4$ операции. Ако заради следващите стълбчета са нужни повече отворени операции, то тези, които са над $new\%4$ могат да започнат в някое от следващите стълбчета. Другото нещо, което можем да съобразим е че $opened(x) \le 3*(x+1)$ – това следва от факта, че във всяко стълбче, започвайки от стълбче с номер 0 и завършвайки със стълбче с номер x можем да сме стартирали максимум 3 операции.

Нека с $dp(pref, opened(pref))$ сме означили минималния брой операции, които е трябвало да бъдат стартирани, движейки се от стълбче с номер 0 до стълбче с номер *pref*, така че да приравним конфигурациите в първите им *pref* +1 символа при положение, че в стълбче с номер *pref* има $opened(pref)$ на брой отворени операции. Нашата цел ще бъде да пресметнем $dp(N-1, opened(N-1))$ за стойности на $opened(N-1)$ от 0 до $3*N$ и да намерим минимума от тези стойности – това ще бъде отговорът на задачата.

Как да получим $dp(pref+1, opened(pref+1))$ за всяка стойност на $opened(pref+1)$ от 0 до $3*(pref+2)$. Различните бройки отворени операции $opened(pref+1)$ могат да се получат от различните бройки отворени операции $opened(pref)$ чрез затваряне на от 1 до $3*pref$ операции или отваряне на от 1 до 3 нови операции (няма смисъл в едно стълбче и да затваряме и да отваряме операции – просто можем да продължим съответните операции). За всяка бройка затваряни или отваряни операции трябва да проверяваме дали се изпълнява условието $(A[pref+1]+opened(pref+1)) \bmod 4=B[pref+1]$, т.е. дали получаваната комбинация от отворени опрации, които ще спуснат кубче на стълбче с номер $pref+1$, води до приравняване на конфигурациите и в стълбче с номер $pref+1$. Сложност на този алгоритъм: за всяко стълбче $pref$ ($O(N)$ на брой) и за всяка стойност $opened(pref)$ ($O(N)$ на брой) изчисляваме $dp(pref, opened(pref))$ като за целта разглеждаме $O(N)$ затваряния или отваряния на операции – това дава сложност $O(N^3)$.

Решение за $O(N^2)$

Решение със сложност $O(N^2)$ се получава като се съобрази, че на всяка стъпка няма смисъл не само да се отварят повече от 3 нови операции, но и да се затварят повече от 3 операции.