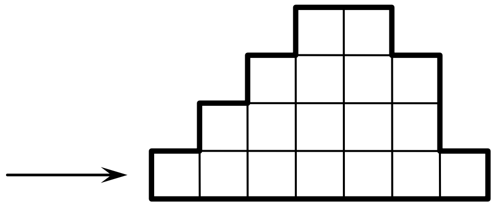
АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА СТЕКОВО ПОЛИМИНО

Означаваме с x_n броя на различните *стекови полимина* с периметър $2n$.

Да разгледаме броя на различните *стекови полимина* с периметър $2n$ и височина поне 2. Ще ги преброим по два начина. От една страна техният брой е $x_n - 1$ (изваждаме 1 заради *дългото полимино* с периметър $2n$, защото то има височина 1). От друга страна може да считаме, че такова полимино е получено от по-малко *стеково полимино* чрез добавяне на едно *дълго полимино* отдолу.



Ако *дългото полимино* има основа, равна на основата на *стековото полимино*, към което го прибавяме, периметъра на *стековото полимино* ще се увеличи с 2, т. е. началното *стеково полимино* е с периметър $2n-2$. При това добавянето на *дългото полимино* може да стане по единствен начин.

Ако *дългото полимино* има основа, която е с 1 по-голяма от основата на *стековото полимино*, към което го прибавяме, периметъра на *стековото полимино* ще се увеличи с 4, т. е. началното *стеково полимино* е с периметър $2n-4$. При това добавянето на *дългото полимино* може да стане по два начина.

По-общо, ако *дългото полимино* има основа, която е с i по-голяма от основата на *стековото полимино* ($0 \le i \le n-3$), към което го прибавяме, периметъра на *стековото полимино* ще се увеличи с $2i+2$, т. е. началното *стеково полимино* е с периметър $2n-2i-2$. При това добавянето на *дългото полимино* може да стане по $i+1$ начина.

От направените разсъждения следва, че:

$$x_n - 1 = 1.x_{n-1} + 2.x_{n-2} + 3.x_{n-3} + \ldots + (n-2)x_2,$$

откъдето получаваме

$$x_n = x_{n-1} + 2.x_{n-2} + 3.x_{n-3} + \ldots + (n-2)x_2 + 1.$$

Лесно се съобразява, че $x_2 = 1$.

Забележка 1: След преобразуване на получената рекурентна зависимост може да се получи следната линейна рекурентна формула:

$$x_n = 3x_{n-1} - x_{n-2}.$$

Забележка 2: Нека $f_0 = 1, f_1 = 1, f_2 = 2, f_3 = 3, f_4 = 5, \ldots$ е редицата на Фибоначи. Може да се докаже, че $x_n = f_{2n-4}$.

Автор: Младен Манев