

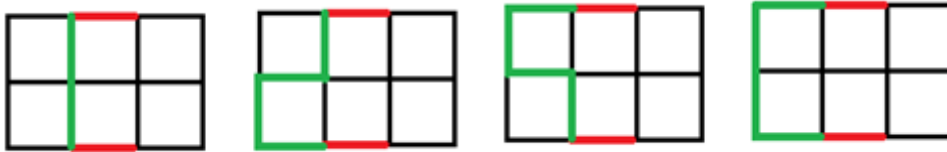
АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ИГРА С ЦИКЛИ

Ясно е, че решението на задачата се свежда до преброяването на всички цикли, които могат да бъдат нарисувани.

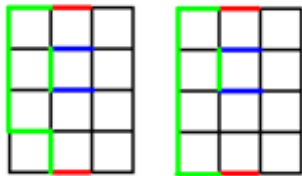
Решението за 40 точки може да бъде постигнато с всеки разумен алгоритъм за генериране на всички цикли в граф и тук няма да бъде разглеждано.

Решението за 100 точки се основава на динамично оптимизиране по профил. Идеята е, движейки се отляво надясно по стълбовете, да проследяваме (и преброяваме) циклите, които могат да бъдат образувани. Да си представим зараждането, развитието и завършването на един цикъл, проследявайки го по стълбове отляво надясно. Профил на стълба, до който сме стигнали ще наричаме информацията за това по кои хоризонтални линии на стълба се движи нашият цикъл. Тази информация, обаче, не е достатъчна. Движейки се отляво надясно, ние постепенно ще откриваме различни свързани компоненти от цикъла, които накрая ще се свържат в една обща компонента, представляваща цикъла. Поради това, в профила на стълба ще пазим не само кои хоризонтални линии от него участват в цикъла, но и коя от тях в коя свързана компонента от цикъла участва (компонентите се номерират, започвайки от 1). По този начин профилът на стълба ще съдържа за всяка хоризонтална линия от него: 0 – ако линията не участва в цикъла, или номерът на свързаната компонента от цикъла, в която тя участва.

Да означим с A_{ip} броя на „коректните отляво“ цикли (т.е. тези, които могат да бъдат достроени до правилен цикъл), част от които се намира в първите i стълба и завършва (частта) в стълб с номер i с профил p .



Фиг. 1. Пример: ако $i=2$, $m=2$, $p=\{1,0,1\}$, то $A_{ip}=4$



Фиг. 2. По-сложен случай: $i=2$, $m=4$, $p=\{1,2,2,0,1\}$, то $A_{ip}=2$

Да продължим да разглеждаме цикъл, който в стълб i има профил p . Да си представим, че знаем кои от вертикалните линии между стълбовете с номера i и $(i+1)$ ще включим в цикъла (това да наречем маска на вертикалните линии – 1 ще означава, че съответната линия ще бъде включена в цикъла, а 0 – че няма да бъде включена). Ако знаем маската между стълбове i и $(i+1)$ и профила на стълб i , то можем да построим профила на стълб $(i+1)$.

Например, ако $m=4$, $p=\{1,2,2,0,1\}$ и маската на вертикалните линии е $\{1,0,1,0\}$, то профилът на следващия стълб ще бъде $\{0,0,0,1,1\}$ (вижте фигурата по-долу). Забележете, че, ако в профила има повече от една свързана компонента, то чрез вертикални линии можем да свързваме само различни компоненти от цикъла (обединявайки ги в една компонента). Две хоризонтални линии от една и съща свързана компонента можем да свържем с вертикална линия само, ако в профила е останала само една свързана компонента. Поради това, някои

маски могат да бъдат недопустими при даден профил. Например при профил $\{1,2,2,0,1\}$ недопустими се явяват маски $\{1,1,0,0\}$ и $\{0,1,0,0\}$.



Забележете, че различните свързани компоненти при $m \leq 8$ могат да бъдат най-много 4 (от всяка свързана компонента трябва да има поне 2 линии). Поради това, броят на различните профили за един стълб не е голям.

Сега да отидем към едно от възможните решения. Да генерираме всички коректни профили за дадена маска на вертикалните линии. След това да пресмятаме динамично A_{ip} по следния начин:

Инициализацията се състои в това, че за всички профили, които могат да се получат от празния (нулев) профил с използването на някаква маска (т.е. за всички профили, които могат да се явяват начало на цикъл) и за всички i трябва да се положи $A_{ip}=1$.

След това, когато се намираме в стълб i и сме пресметнали A_{ip} за всички профили p , преминаваме към стълб $(i+1)$, като за всеки профил p на стълба i прилагаме всички допустими маски на вертикални линии за преход към стълб $(i+1)$ и получавайки профил q за стълба $(i+1)$, добавяме A_{ip} към $A_{(i+1)q}$.

Общият брой цикли, който търсим, се получава като сума от A_{ip} по всички i и по всички профили, такива, че от тях може да се премине към празен (нулев) профил при някаква маска, т.е. може да се затвори цикъла.

Например от профила $\{1,2,2,0,1\}$ може да се премине към празен (нулев) профил чрез маска $\{1,0,1,1\}$, а от профила $\{1,1,2,2\}$ не може да се премине към празен с никаква маска (вижте фигурата по-долу).

