

## АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА iHack

Първо трябва да забележим, че всеки отпечатък в лесен ПИН може да бъде заменен с всеки друг отпечатък в същата колона и новият ПИН също ще бъде лесен. Следователно единствено броят, но не и вертикалното разпределение на отпечатъците в една колона, влияе на отговора. За това, нека проектираме входната матрица върху линия от числа, всяко от които представлява броя на отпечатъците в съответната му колона:

вход	010
	100
	101
проекция	211

Нека наречем тези числа  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ .

Ще решим задачата с динамично оптимиране. Ще пресметнем по колко начина може да се въведе парола с дължина  $\mathbf{k}$ , която завършва с ляв (**L**) или десен (**R**) палец в колона  $\mathbf{c}$ . При ляв палец предишният палец е десен и колоната е по-голяма, следователно:

$$f_L(c, k) = a_c \sum_{i=c+1}^{i \leq N} f_R(i, k-1)$$

Понеже няма значение в кой точно ред завършваме, умножаваме резултата по  $\mathbf{a}_c$ .

За десен палец формулата е аналогична:

$$f_R(c, k) = a_c \sum_{i=0}^{i < c} f_L(i, k-1)$$

И така крайният отговор е:

$$\sum_{i=0}^{i \leq N} f_L(i, K) + f_R(i, K)$$

Тривиална имплементация би отнела време  $\mathbf{O(N^2K)}$ , но ако оптимизираме вътрешния цикъл, можем да стигнем до  $\mathbf{O(NK)}$ . За целта, вместо да смятаме сумата за всяко  $(\mathbf{c}, \mathbf{k})$ , можем да пазим сумата за предишната колона и само да добавим текущата стойност за константно време.

До интересно но по-сложно за имплементиране решение може да се достигне, като превърнем редицата  $\mathbf{a}_i$  в трансформация, която после се повдига на степен  $\mathbf{K}$ .

Автор: Емил Ибришимов