

## АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА SilverGold

Може би тази задача е малко по-лесна от очакваното за А група, тъй като алгоритмите, които се изискват в нея, са доста често давани в С група. Все пак не беше напълно очевидно, че трябва да се ползват тук.

Единственото наблюдение, което трябваше състезателите да направят, е че ако Ели ще ползва част от някое парче, то това парче ще е само едно.

Защо? Да допуснем, че тя трябва да разтопи повече от едно парче. Ще разгледаме всички възможни случаи и ще покажем, че при всички тях можем да променим така решението си, че да ползваме само едно:

1. Ако всички парчета съдържат повече злато, отколкото сребро (или обратното):
  - a. Ако всички парчета са с еднакви пропорции, то очевидно можем да вземем по-малко от някои и повече от други, като така тотално изключваме някои парчета или допълваме до цели други. В крайна сметка, този процес води до максимум едно, което не е цяло.
  - b. Ако не всички парчета са с еднакви пропорции, то можем да вземем повече като тегло от парчето най-близко до отношение 1:1 и по-малко от това с най-далечно отношение от 1:1, запазвайки досегашните пропорции, и подобрявайки общото взето тегло. Това в крайна сметка ще доведе до цялостното изключване на едното парче или цялостното включване на другото. Продължавайки това с останалите парчета, в крайна сметка оставаме само с едно.
2. Ако някои парчета съдържат повече злато, отколкото сребро, а други - повече сребро, отколкото злато. Тук всъщност има само един подслучай. Нека вземем парчетата с най-голямо и най-малко отношение сребро-към-злато. Можем да прибавим малко от едно от тях, като компенсираме с другото. После още малко и още малко, докато накрая едно от тях се окаже "изчерпано" (тоест взето цялото) и не можем да компенсираме другото. През цялото това време сме увеличавали крайното тегло на медальона без да разваляме пропорцията. Така хем подобрихме отговора, хем намалихме броя нецели парчета с (поне) едно. След това сме или в случай 1. или в случай 2., но с поне едно парче по-малко.

Как можем да използваме това? Първо проверяваме дали среброто или златото е доминантният метал като общо тегло. Ако са по равно, очевидно можем да вземем всички парчета.

Ако среброто е повече, то ние ще вземем всички парчета (целите), в които златото е преобладаващо (тоест имат сребро-към-злато отношение по-малко или равно на 1:1). Натрупания излишък на злато ще компенсираме с останалите парчета (това винаги ще е възможно, тъй като както казахме среброто е повече). Грийди стратегията ни е винаги да взимаме парчетата, които са най-близки по отношение до 1:1, тъй като така ще компенсираме излишъка възможно най-"бавно", тоест с възможно най-голямо тегло.

Обратно, ако златото е повече, ще вземем всички парчета (целите), в които среброто е преобладаващо. Логиката е абсолютно същата.

И в двата случая, в крайна сметка най-вероятно ще останем с не напълно балансирано сребро и злато, тъй като до сега взимаме само цели парчета. Този дисбаланс трябва да компенсирате с част от следващото парче, което бихме взели (такова винаги ще има, тъй като вече сме казали, че общото тегло на златото и среброто са различни). Колко от него да вземем? Единият вариант е да изчислим това чрез сравнително проста математика. Дори по-прост вариант е, обаче, да направим двоично търсене по това каква част от парчето ще вземем (тоест в интервала  $(0, 1)$ ). Така си спестяваме известно мислене чрез стандартен алгоритъм - почти винаги добра идея на състезание.

В крайна сметка цялата задача се свежда до:

1. Сортиране на парчетата по отношение сребро-към-злато;
2. "Теглене" на общото количество злато и общото количество сребро;
3. Алчен алгоритъм, с който взимаме цели парчета от сортирания масив;
4. Двоично търсене за да определим каква част да вземем от последното парче.

*Автор: Александър Георгиев*