АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
УПРАВЛЕНИЕ НА ПРОЕКТ

В книгата на T. Cormen, Ch. Leiserson и R. Rivest “Introduction to Algorithms” се предлага следното решение. Построяваме ориентиран граф с дължини на ребрата. Върховете на графа са V = {0, 1, 2, …, N}, т.е. по един връх за всяка от задачите на проекта и един допълнителен връх (0). Всяко от ограниченията $T_i - T_j \le T$ представяме с ориентираното ребро (j, i) с дължина T. Добавяме и по едно ребро (0, i), i = 1, 2, …, N, с дължина 0. Според доказана в същата книга Теорема, едно възможно решение на задачата получаваме, когато T_i е дължината на най-късия път от върха 0 до върха i. Както е добре известно, в граф с отрицателни тегла на ребрата може и да не съществува такъв път, заради наличието на цикли с отрицателни дължини. Затова за намиране на най-късите пътища от върха 0 до всеки от останалите върхове се използва алгоритъмът на Bellman-Ford. Ако алгоритъмът установи цикъл с отрицателна дължина – тогава зададената система от ограничения няма решение, но в множеството от тестове няма такива системи. Както лесно се доказва, ако (T_1, T_2, …, T_N) е решение на системата от ограничения, то ($T_1 + d$, $T_2 + d$, …, $T_N + d$) също е решение, за произволна реална константа d. Така получаваме исканото в условието на задачата “нормализирано” решение ($T_1 - t$, $T_2 - t$, …, $T_N - t$), където $t = \min\{T_1, T_2, \ldots, T_N\}$.
Алгоритъмът на Bellman-Ford е със сложност $O(|V|.|E|)=O((N+1).(M+N)) = O(NM+N^2)$, така че алгоритъмът, който решава задачата ще е с такава сложност.

Автор: Красимир Манев