

ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ПРАЗНИЦИ – РУСЕ’ 2006

```
// The enemies of a become friends of b
fri[ea] = b;
}
if (eb != -1) {
    // The enemies of b become friends of a
    fri[eb] = a;
}
enemy[b] = a;
enemy[a] = b;
}
}
}
int q;
scanf("%d", &q);
for (int i = 0; i < q; i++) {
    int x, y;
    scanf("%d%d", &x, &y);
    x = getLeader(x);
    y = getLeader(y);
    if (x == y) {
        printf("0\n");
    } else if (enemy[x] == y) {
        printf("1\n");
    } else {
        printf("2\n");
    }
}
}
```

Задача В3. ПРАЗНИК

Разглеждаме числовата права като път. В някои от целочислените точки по пътя може да има къщи (в една точка може да има много къщи), във всяка от които могат да живеят много хора. Така се е образувал град. Хората могат да се придвижват по този път, но трябва да плащат за това. Цената за да пропътува един човек единица разстояние по пътя е 1 лев. Тъй като това е доста скъпо, хората не пътуват често и надалеч. Градската управа се нуждае непрекъснато от пари, но за да не изглежда прекалено нагло, решила да ги събира като пътни такси. Затова периодически организира градски празници, в които участието е задължително. Всеки празник се прави в определена точка с целочислени координати. Жителите на града сами трябва да си осигурят превоза. Преди всеки празник управата внимателно трябва да избере мястото, за да може да си осигури предварително намислената сума. Напишете програма **FEST**, която да може да отговаря на въпроса: “Къде да се организира празника така, че парите които ще се съберат да са максимално близко до дадено число S ?”. Ще считаме, че в началото градът е празен.

Вход: Програмата трябва да чете данни от стандартния вход. На първия ред са зададени две числа **M N**, където **M** е броят на къщите, а **N** – броят на въпросите. Всеки от следващите **M** ред ще има вида **A B**, където **A** е координатата на къщата, а **B** – броят на хората, които живеят в нея. Следващите **N** реда са въпроси, като всеки въпрос съдържа по едно число **S** - сумата, която управата иска да събере. Максималният брой редове на входа е 200 000. Координатите **A** ще са в интервала $[0, 10\,000\,000]$, числата **B** – в интервала $[0, 1000]$, а сумата **S** – в интервала $[0, 10^{15}]$.

ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ПРАЗНИЦИ – РУСЕ’ 2006

Изход: Програмата трябва да изведе резултатите на стандартния изход, като за всеки въпрос изведе по един ред. Отговорът се състои от две числа **E** **P**, където **E** (няма да надвишава по абсолютна стойност 10^8) е координатата на мястото на празника, а **P** е абсолютната стойност на разликата между исканите исканата сума и тази, която ще постъпи в касата от таксите. Ако има повече от един възможен отговор Вашата програма трябва да изведе кой да е от тях.

ПРИМЕР

Вход:	Изход:
2 2	-4 1
3 7	3 4
11 5	
123	
36	

Решение:

Някои константи които ползвам в решението:

maxx = 2^{27} – максималната абсолютна стойност на координатата която може да бъде отговор на някой въпрос (това не означава, че непременно има такъв тест)

maxx = 2^{24} – максималните координати на които може да има къщи (в тестовите това е по-малко)

mx = 2^{17} – броя на листата в дървото ми (трябва да е по голям от максималния брой къщи)

За всеки въпрос ние трябва да намерим оптимална точка от числовата права. Тъй като на всяка точка можем да съпоставим цена (сбора от броя на хората във всяка къща умножен по разстоянието до дадената точка за всички къщи) можем да отговорим на всеки въпрос просто като обходим цялата права и намерим коя точка е оптималната. Но ако разгледаме тази функция то ще видим, че тя е нещо подобно на парабола – т.е. в двата си края функцията приема големи стойности, които намаляват към средата на графиката. Нека първо си отговорим на въпроса “Къде е тази среда на графиката”. Нека сега се намираме в произволна точка **X** от числовата права и нека стойността на функцията в тази точка е **C**. Да се опитаме да намерим каква ще е стойността на функцията в точка **X+1**. Всеки човек, който живее в къща с координати $\leq X$ ще трябва да заплати 1 лев повече, но от друга страна всеки, който живее в къща с координати $\geq X+1$ ще трябва да заплати 1 лев по-малко. Следователно стойността на функцията в точка **X+1** е равна на **C+(броя на хората живеещи преди или на X) – (броя на хората живеещи след X)**. И това твърдение е вярно за всяка точка. Нека с **Dx** бележим изменението на стойността на функцията между точки **X** и **X+1**. Лесно се вижда, че **Dx > Dy** за **x > y**. Ако за момент си помислим за функцията **Dx** като за производна то лесно ще намерим къде е средата (минимума) на функцията. Там където **Dx** е равно на 0. За съжаление може да няма такава точка (тъй като работим с целочислени стойности), или пък може да има много такива точки. Затова ето къде се намира средата на функцията. Нека къщите са сортирани. Ако съществува къща **K**, такава че **(броя на хората живеещи в къщи 1..K) = (броя на хората живеещи в къщи K+1..N)**, то тогава функцията е минимална в целия затворен интервал **[K, K+1]**, като това са координатите на къщите. Ако пък няма такава къща то тогава съществува къща **K** такава, че **(броя на хората живеещи в къщи 1..K) > (броя на хората живеещи в къщи K+1..N)** и такава къща, че **K** е минимално. Тогава минимума на функцията е в тази точка (координатата на къщата). Нека отсега нататък средата на функцията наричаме