

## Решение:

Сега ще докажа, че отговорът на задачата е равен на броя на пътищата от началния до крайния връх. Нека си припомним как се пресмята този брой:

Сортираме топологично върховете като началния връх е първи в получената редица. Сега нека въведем масива  $A[]$ .  $A[1]$  ще показва колко различни пътя има от началния връх до връх номер 1. Нека топологичното сортиране е в масива  $T[]$ . Инициализираме  $A[T[1]]=1$ . Алгоритъма почва от 2 и върви до  $N$  по масива  $T[]$ . За всеки елемент  $T[i]$  смята  $A[T[i]]$ . А то е равно на сумата на всички  $T[j]$ , за които съществува ребро  $j \rightarrow i$ .

Сега ще покажа, че отговорът на задачата  $\leq$  броя на всички пътища. Нека приемем, че не е. Тогава от принципа на Дирихле ще следва, че има две коли с еднакъв път – а тогава значи или че те не са се изпреварили и не са в обратен ред или че са се изпреварили на някоя улица, което е забранено  $\Rightarrow$  не е възможно 2 коли да имат еднакви пътища  $\Rightarrow$  отговорът на задачата  $\leq$  броя на всички пътища.

Сега ще покажа начин за придвижване на толкова коли. Нека до даден връх  $k1$  са се придвижили първите  $A[k1]$  коли в обратен ред и са продължили малко по някое друго ребро излизащо от  $k1$ . Нека това ребро е такова че веднъж продължили по него колите не могат да се върнат върхове  $k1, k2, \dots, k1$ . Нека това е така за върхове  $k1, k2, \dots, k1$  (само че до  $A[k2]$  са се придвижили следващите  $A[k2]$  коли, до  $k3$  следващите  $A[k3]$  коли и т.н.). Това е възможно да стане тъй като колите продължили напред от  $k1$  не пречат на колите пристигащи в  $k2, \dots, k1$ . И нека от тези върхове има ребро към връх  $B$  и всички коли са избрали да продължат по него. Тогава нека първо влязат в  $B$  и продължат по някое ребро колите от  $k1$ , после от  $k(1-1)$  и т.н. Така се получи че колите излязоха от  $B$  в обратен ред а броят на колите излезли от  $B$  е равен на сумата от  $A[k1] + \dots + A[k1]$ , но пък тази сума е равна на  $A[B]$ . Следователно за всеки връх  $B$  могат  $A[B]$  коли да дойдат от началния и да преминат през  $B$  в обратен ред.

Отговорът на задачата се намира в  $A[T[N]]$ . При извършване на всички сметки е необходимо да се пресмята по модул, тъй като числата могат да станат много големи.

```
#include<stdio.h>
#include<vector>
using namespace std;
#define pb push_back
#define sz size()
#define in stdin;//fopen("c:\\tp\\tests\\cars.in","r")
FILE*fn;

#define mx 512
#define base 1000000000
#define lb 9
#define type long long
struct L
{int ss[mx];
L(){for(int q1=0;q1<mx;q1++)ss[q1]=0;}
L(int a){for(int q1=mx-1,c1=a;q1>=0;q1--){ss[q1]=c1%base;c1/=base;}};
};
int dif(const L&a,const L&b)
{int q1;
for(q1=0;q1<mx;q1++)if(a.ss[q1]!=b.ss[q1])break;
if(q1==mx)return 0;
```

## ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ПРАЗНИЦИ – РУСЕ’ 2006

```
return a.ss[q1]-b.ss[q1];}
int operator<(const L&a,const L&b){int c1=dif(a,b);return c1<0;}
int operator>(const L&a,const L&b){int c1=dif(a,b);return c1>0;}
int operator==(const L&a,const L&b){int c1=dif(a,b);return c1==0;}
int operator!=(const L&a,const L&b){int c1=dif(a,b);return c1!=0;}
int operator<=(const L&a,const L&b){int c1=dif(a,b);return c1<=0;}
int operator>=(const L&a,const L&b){int c1=dif(a,b);return c1>=0;}
L operator+(const L&a,const L&b)
{L c;
for(int q1=mx-1,c1=0;q1>=0;q1--)
{c1+=a.ss[q1]+b.ss[q1];
c.ss[q1]=c1%base;
c1/=base;}
return c;}
L operator-(const L&a,const L&b)
{L c;
if(b>a)return b-a;
for(int q1=mx-1,c1=0,c2=0;q1>=0;q1--)
{c1=a.ss[q1]-b.ss[q1]-c2;
c2=0;
if(c1<0){c1+=base;c2=1;}
c.ss[q1]=c1;}
return c;}
L operator*(const L&a,int b)
{L c;
type c1=0;
for(int q1=mx-1;q1>=0;q1--)
{c1+=(type)a.ss[q1]*(type)b;
c.ss[q1]=(int)(c1%(type)base);
c1/=(type)base;}
return c;}
L operator/(const L&a,int b)
{L c;
for(int q1=0,c1=0;q1<mx;q1++)
{c1+=a.ss[q1];
c.ss[q1]=c1/b;
c1=(c1%b)*base;}
return c;}
int operator%(const L&a,int b)
{type c1=0;
for(int q1=0;q1<mx;q1++)
{c1+=a.ss[q1];
c1=(c1%(type)b)*(type)base;}
return (int)(c1/(type)base);}
L operator*(const L&a,const L&b)
{L c;
int q3;
type c1=0;
for(int q1=mx-1;q1>=0;q1--)for(int q2=mx-1;q2>=0;q2--)if(q1+q2-mx+1>=0)
{c1=(type)a.ss[q1]*(type)b.ss[q2];
for(q3=q1+q2-mx+1;q3>=0&& c1!=0;q3--)
{c1+=c.ss[q3];
```

## ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ПРАЗНИЦИ – РУСЕ' 2006

```
c.ss[q3]=c1%(type)base;
c1/=base;}}
return c;}
L operator^(L a,L b)
{L d=1,c;
while(a%2==0&& b%2==0)
{a=a/2;
b=b/2;
d=d*2;}
while(a>0)
{if(a%2==0)a=a/2;
else if(b%2==0)b=b/2;
else
{c=(a-b)/2;
if(a<b)b=c;else a=c;}}
return d*b;}
L read(FILE*fn)
{int q1,c1,c2,q2,c3;
char d[mx*lb];
L c;
fscanf(fn,"%s",d);
for(q1=0;d[q1];q1++);
c1=q1;
for(q1=c1-1,c2=0,c3=mx-1;q1>=0;q1-=lb,c2=0)
{for(q2=lb-1;q2>=0;q2--)if(q1-q2>=0)c2=c2*10+d[q1-q2]-48;
c.ss[c3--]=c2;}
return c;}
int write(L a)
{int q1;
for(q1=0;q1<mx&& a.ss[q1]==0;q1++);
if(q1==mx)q1--;
printf("%d",a.ss[q1]);
for(q1++;q1<mx;q1++)printf("%0*d",lb,a.ss[q1]);
printf("\n");
return 0;}

vector < vector < int > > nei;
vector < vector < int > > back;
vector < L > res;

int c,m,q1,q2,c1,c2,c3;

vector < int > top;
vector < bool > v;

int dfs(int a)
{int q1;
v[a]=1;
for(q1=0;q1<nei[a].sz;q1++)if(!v[nei[a][q1]])dfs(nei[a][q1]);
top.pb(a);
return 0;}
int main()
```

## ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ПРАЗНИЦИ – РУСЕ’ 2006

```

{fn=in;
fscanf(fn,"%d",&c,&m);
nei.resize(c);
back=nei;
v.resize(c);
res.resize(c);
for(q1=0;q1<c;q1++)
{fscanf(fn,"%d",&c1);
for(q2=0;q2<c1;q2++)
{fscanf(fn,"%d",&c2);
c2--;
nei[q1].pb(c2);
back[c2].pb(q1);}
}
fclose(fn);
for(q1=0;q1<c;q1++)if(back[q1].sz==0)break;
dfs(q1);
res[top[c-1]]=1;
for(q1=c-2;q1>=0;q1--)
for(q2=0;q2<back[top[q1]].sz;q2++)
res[top[q1]]=res[top[q1]]+res[back[top[q1]][q2]];
write(res[top[0]]);
return 0;}

```

### Задача А3. ИЗРАЗ

Киро и приятелите му играят странна игра. Кодират математически израз с 0 и 1 в строго определен формат. Всеки от играчите има право да промени израза с максимум **К** замени. Печели този от тях, който след като се пресметне променения израз получи, в резултат на пресмятането на израза, максимално число. Изразът е дефиниран с правилата:

**<израз>** : = <цифра> <знак> <цифра> <знак> . . . <цифра>

**<цифра>** : = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9      **<знак>** : = +, -

Записването на цифрите и знаците в израза с 0 и 1 става по следния начин (удебеленият шрифт е за да личат по ясно нулите и единиците) :

| 0          | 1   | 2          | 3          | 4          | 5          | 6          | 7          | 8          | 9          | +          | -          |
|------------|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <b>111</b> | 001 | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>101</b> | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>111</b> | 000        | 000        |
| <b>101</b> | 001 | 001        | 001        | <b>101</b> | 100        | 100        | 001        | <b>101</b> | <b>101</b> | 010        | 000        |
| <b>101</b> | 001 | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>111</b> | 001        | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>111</b> | <b>111</b> |
| <b>101</b> | 001 | 100        | 001        | 001        | 001        | <b>101</b> | 001        | <b>101</b> | 001        | 010        | 000        |
| <b>111</b> | 001 | <b>111</b> | <b>111</b> | 001        | <b>111</b> | <b>111</b> | 001        | <b>111</b> | <b>111</b> | 000        | 000        |

Под промяна на израз с **К** замени се разбира инвертирането (замяна на 1 с 0 и обратно) на **К** цифри, така че общият брой на единиците в новия израз да е равен на броя на единиците в оригиналния израз. При промяна на израз, знак може да се трансформира само в знак и цифра може да се трансформира само в цифра, т.е. не може цифра да стане знак и обратното. В израз участва минимум една цифра и максимум 50. Пример за промяна на израз с 4 замени (с удебелен шрифт са промените):

| Изразът преди промяната        | Изразът след промяната |
|--------------------------------|------------------------|
| <b>111</b> 000 <b>111</b>      | 111000 <b>001</b>      |
| <b>100000001</b>               | 10 <b>1000001</b>      |
| <b>111111</b> 001 <=> 5-7 = -2 | 111111001 <=> 8-1 = 7  |