Задача ДЕЛТА

Пояснение към решението

Бавно решение - 50 **точки**

За 22 точки се изисква единствено да се намери сумата от квадратите на цифрите на трицифрено число.

За 34 точки допълнително трябва да се направи цикъл, който да прави операцията k пъти. Тук ще отбележим, че с начало трицифрено число сумата от квадратите винаги ще остане трицифрено число. Дори състезател да не се замисли ако продължава да намира сумата от квадратите на 3-цифрено число всеки път ще вземе точките.

За 46 точки се добавя един външен цикъл, който решава задачата за n числа. И понеже се търси сумата от всички отговори, добавяме една допълнителна променлива, в която да я пазим. Съответно при намирането на поредния отговор актуализираме сумата.

За 50 точки допълнението към горното е, че началното число е голямо и тук трябва да се намерят цифрите на число до милиард.

Преход към бързото решение

За 70 точки има подсказка - в ограниченията. Най-същественото е, че за сметка на големия брой търсени начални числа $n \leq 5.10^5$, самите числа са $a_i \leq 10^3$. Това означава, че има много повтарящи се измежду числата a_i, което води до смятането на едни и същи неща много пъти. Смятането на едни и същи неща по няколко пъти е признак, че правим нещо лошо. Има два стандартни подхода в такава ситуация:

- Предварително пресмятане - Изчисляваме предварително, още преди да сме прочели числата a_i, отговорите за всички възможни числа a_i. Т.е. за всяко число от 1 до 999 смятаме какво се получава след изпълняване на операцията k пъти. След което при прочитане на число a_i директно извеждаме вече запазения резултат

- Кеширане - В началото не пазим нищо. Но всеки път, когато дойде заявка за число a_i проверяваме дали вече не сме сметнали отговора за същото число. Ако не сме, го смятаме за първи и единствен път и го запазваме (кешираме). Така ако се падне същото число по-нататък ще видим, че отговора е запазен и няма да го смятаме наново.

И двата подхода могат да се реализират чрез техниката с масив за броене.

В допълнение ще отбележим, че в задача КАМЕРИ от НОИ3 тази година имаше подобен подход отново при задача със заявки. Съответно се очаква учениците да са вече по-подготвени за такъв тип подобрение.

Бързо решение

Прехода към бързото решение е опит за подсказка за останалата част. При малки a_i може да пресметнем всички отговори предварително. Разликата сега е, че $a_i \leq 10^9$. Тук наблюдението е, че след извършването на само една операция a_i рязко намалява. В интервала от 1 до 10^9 най-голяма сума от квадратите на цифрите има числото $10^9 - 1$ и сумата е $9 \cdot 9^2 = 729$. Това досещане последвано от това, че всички числа след първата операция ще са ≤ 729 дава идеята, че може предварително да пресметнем извършването на $n - 1$ операции за всички числа от 1 до 729. Всъщност това което искаме да направим е да отделим първата операция от останалите $n - 1$. Първата ще я извършваме за всяко a_i след което знаем, че то ще намалее много и след това ще използваме предварителното пресмятане за $n - 1$ операции с вече намаленото число. Това е ключовата идея и затова нейната реализация носи много точки - 96.

За пълните 100 се изисква да отделим и втората операция. Ако се вникнем по-дълбоко най-голямата стойност за a_i в началото е 10^9. Вече видяхме, че след една операция пада до 729. Сега от числата до 729 най-голямото възможно следващо е $6^2 + 9^2 + 9^2 = 198$. От тук нататък всички числа са до 200. Така може да отделим не една, а две операции, което ще намали сложността на предварителното пресмятане. Вместо за 800 числа сега ще търсим отговорите само за 200.

Петър Петров