ПРОЛЕТНИ СЪСТЕЗАНИЯ ПО ИНФОРМАТИКА
Шумен, 11 – 13 април 2025 г.
Група В – 9, 10 клас

Задача В3. МОНОПОЛИ 2

⏳ 1 сек. 💾 256 MB

Автор: Илиян Йорданов

След като помогнахте на Дени да направи перфектната карта за игра на монополи през 2021 г., тя отново се нуждае от вашата помощ! Припомняме, че игралната карта за монополи се състои от N полета (номерирани с числата от 1 до N) и M еднопосочни връзки между тях. Тук $M = N - 1$. Еднопосочните връзки отговарят на следните условия – няма връзка от поле към себе си и няма различни връзки между една и съща двойка полета. Връзките имат свойството, че от поле 1 може да стигне до всяко друго.

Дефиниция: Нека имаме пермутация на числата от 1 до N. Ние наричаме пермутацията *подходящо* подреждане на полетата, ако е изпълнено следното условие – за всяка връзка от поле i към поле j, i трябва да бъде **преди** j в пермутацията.

Проблемът на Дени е, че някъде е загубила идеалната карта за игра на монополи. За щастие, нейният приятел Боби си спомня картата, но е решил малко да се позабавлява с нея, преди да разкрие кои са връзките. Първо, Боби съобщава на Дени, че пермутацията $1, 2, \ldots, N$ е *подходящо* подреждане на полетата. След това Боби ще отговори на няколко въпроса от Дени, за да помогне на момичето да разбере какви са връзките между полетата. Всеки въпрос ще бъде за това доколко *подходяща* е някаква пермутация на числата от 1 до N (за повече подробности вижте раздела "Подробности за имплементацията"). Нашата героиня се обръща към Вас с молба да измислите и имплементирате стратегия с възможно най-малко въпроси.

Задача

Напишете програма **`monopoly2`**, която намира неизвестните връзки с възможно най-малко въпроси към Боби. Тя трябва да съдържа функцията `find_connections`, която ще се компилира с програмата на журито (изпълняваща ролята на Боби).

Подробности за имплементацията

Вашата функция `find_connections` трябва да има следния формат:

```
std::vector <std::pair <int, int> > find_connections (int N);
```

Тя ще бъде извикана еднократно от програмата на журито с един параметър – брой полета. Функцията трябва да върне списък от наредени двойки, описващи намерените връзки между полетата. Редът на наредените двойки в списъка няма значение.

Функцията, чрез която може да задавате въпроси към Боби, има следния формат:

```
std::vector <bool> check (std::vector <int> p);
```

Параметърът `p` е пермутацията на числата от 1 до N във въпроса. Резултатът е булев вектор `b` с размер N, където $b_i = 1$ ($0 \leq i < N$) тогава и само тогава, когато е изпълнено едно от следните условия:

- съществува връзка от поле p_j към поле p_i при $i < j$;
- съществува поле p_j, за което $b_j = 1$ и вие може да се придвижите по връзките от p_j до p_i. Забележете, че еднозначността на стойностите следва от свойствата на връзките.

Ако последователността не е валидна пермутация на числата от 1 до N, ще получите `Wrong answer` за съответния тест. Сложността на функцията е $O(N)$. Можете да извикате тази функция най-много $\frac{10^8}{N}$ пъти, в противен случай ще получите `Wrong answer`.

Вашата програма **monopoly2** трябва да имплементира функцията `find_connections`. Тя може да съдържа и друг код, функции и глобални променливи, необходими за нейната работа, но не трябва да съдържа главната функция `main`. Също така, не трябва да четете от стандартния вход или да отпечатвате на стандартния изход. Програмата Ви трябва да включва хедър файла `monopoly2.h` чрез указание към препроцесора:

```
#include "monopoly2.h"
```

Ограничения

- $1 \leq N \leq 1\,000$;
- $M = N - 1$.

Subtasks

Подзадача	Точки	Необходими подзадачи	N	Други ограничения
0	0	–	–	Картата от примерната комуникация.
1	5	–	$\leq 1\,000$	$1, 2, \ldots, N$ е единственото *подходящо* подреждане на полетата.
2	6	0	≤ 6	–
3	17	1	$\leq 1\,000$	$1, 2, \ldots, N$ се получава и като: започнем с поле 1, след това изредим полетата с директни връзки от 1, след това изредим полетата с директни връзки от второто добавено поле и т.н.
4	13	0, 2	≤ 300	–
5	59	$0 - 4$	$\leq 1\,000$	Ако започнем от поле 1 и следваме връзките, не можем да използваме повече от 25 връзки.

*Точките за дадена подзадача се получават само ако всички тестове за нея и задължителните подзадачи са **успешно** издържани, като точките са равни на минималния резултат на тест за нея и задължителните подзадачи, умножен по точките на подзадачата.*

Оценяване

Всеки тест получава резултат, който е дробно число между 0 и 1 включително. Ако даден тест има положителен резултат, той се счита **успешен** за вашето решение. Тестът има положителен резултат, ако успешно откриете връзките между полетата.

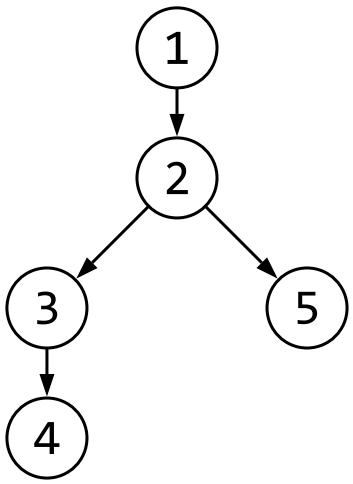
Ако cnt е броят на извикванията на функцията `check` за определен тест, тогава резултатът от теста се изчислява по следния начин:

- За всички подзадачи: ако $cnt > \frac{10^8}{N}$, тогава резултатът е равен на 0.
- Подзадача 0, 1, и 2.
  - Ако $cnt \leq \frac{10^8}{N}$, тогава резултатът е равен на 1.
- Подзадача 3.
  - Ако $cnt \leq 10\,000$, тогава резултатът е равен на 1.

  - Ако $10\,000 < cnt \leq 15\,000$, тогава резултатът е равен на $\min(\frac{1000}{cnt-9000}, 1)$.
  - Ако $15\,000 < cnt \leq \frac{10^8}{N}$, тогава резултатът е равен на 0.1.
- Подзадача 4.
  - Ако $cnt \leq 50\,000$, тогава резултатът е равен на 1.
  - Ако $50\,000 < cnt \leq 200\,000$, тогава резултатът е равен на $\min(\frac{25000}{cnt-25000}, 1)$.
  - Ако $200\,000 < cnt \leq \frac{10^8}{N}$, тогава резултатът е равен на 0.1.
- Подзадача 5.
  - Ако $cnt \leq 170$, тогава резултатът е равен на 1.
  - Ако $170 < cnt \leq 1000$, тогава резултатът е равен на $\min((\frac{170+3000}{cnt+3000})^{\frac{3000}{cnt}}, 1)$.
  - Ако $1000 < cnt \leq 20\,000$, тогава резултатът е равен на $\min((\frac{170}{cnt})^{0.4}, 0.5)$.
  - Ако $20\,000 < cnt \leq \frac{10^8}{N}$, тогава резултатът е равен на 0.1.

Пример за комуникация

Нека имаме следната илюстрация на карта с 5 полета и 4 връзки:



Действия на вашата програма	Отговор на журито
	`find_connections(5)`
`check({2, 3, 4, 5, 1})`	`return {1, 1, 1, 1, 0}`
`check({1, 5, 2, 3, 4})`	`return {0, 1, 0, 0, 0}`
`check({1, 4, 3, 2, 5})`	`return {0, 1, 1, 0, 0}`
`return {{1, 2}, {2, 3}, {3, 4}, {2, 5}}`	

Локално тестване

За локално тестване се предоставят следните файлове: `monopoly2.h`, `Lgrader.cpp`, примерен файл `monopoly2.cpp` за вашата програма и файл с картата от примерната комуникация. Когато предоставените файлове са в една и съща папка, можете да компилирате заедно вашата програма `monopoly2.cpp` и `Lgrader.cpp`. Това ще направи програма за проверка на коректността на вашата функция.

Програмата ще изисква от стандартния вход следната последователност от числа:

- на първия ред: едно цяло положително число – брой на полетата N;
- на всеки от следващите $N - 1$ реда: две положителни цели числа, които описват еднопосочните връзки.

Ако не следвате протокола за комуникация, ще получите подходящо съобщение за грешка. В противен случай, ако програмата е успешна, ще получите съобщението “Правилно намерени връзки.”.