

# АНАЛИЗ НА ЗАДАЧА БУКЕТИ

## Подзадача 1

Нека разгледаме дадена поръчка и означим с  $cnt$  броя на цветята, които може да се използват за нея, а с  $ans$  – търсения брой цветя във всеки букет. Трябва да намерим най-малкото число  $ans$ , за което  $C_{cnt}^{ans} \geq K$ . Ако това неравенство няма решение, поръчката не може да бъде изпълнена. Ограниченията в тази подзадача са достатъчно малки и можем да проверим всички възможности за  $ans$ , като използваме формулата  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

Сложност:  $O(M \times N^2)$ .

## Подзадача 2

При пресмятане на комбинациите чрез стандартната формула се получават много големи междинни стойности. Затова вместо нея ще използваме следната рекурентна зависимост:

$$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$$

Така можем да построим триъгълника на Паскал и да получим всички комбинации, които се побират в 64-битова целочислена променлива.

Сложност:  $O(N^2 + M \times N)$ .

## Подзадача 3

По-големите ограничения не позволяват използване на стандартните целочислени променливи. За решаването на тази подзадача е необходимо единствено реализирането на събиране и сравняване на дълги числа.

Сложност:  $O((N^2 + M \times N) \times \log_{10} K)$ .

## Подзадача 4

Основен недостатък на предходното решение е, че използва твърде много памет. За да се справим с този проблем, може предварително да запазим всички поръчки по подходящ начин и да ги разглеждаме подредени спрямо броя на всички цветя, които могат да бъдат използвани за тях. Така няма нужда да съхраняваме целия триъгълник на Паскал и е достатъчно да пазим само един негов ред – този, от който имаме нужда за обработване на дадена текуща поръчка. В допълнение, можем да намираме броя на цветята, които могат да бъдат използвани за дадена поръчка за константно време чрез префиксен масив.

Сложност:  $O(M \times \log_2 M + (N^2 + M \times N) \times \log_{10} K)$ .

## Подзадача 5

Едно от свойствата на триъгълника на Паскал е, че неговите редове са симетрични. Можем да разглеждаме само неговата първа половина, а тя е ненамаляваща. Това ни позволява да оптимизираме намирането на отговора за всяка поръчка чрез двоично търсене. Алтернативно, можем да приложим метода на показалките, ако след като сортираме поръчките спрямо броя цветя, който може да бъде използван за всяка от тях, при равенство сортираме и по  $K$ .

Сложност при използване на двоично търсене:  $O((N^2 + M \times \log_2 N) \times \log_{10} K)$ .

Сложност при използване на показалки:  $O((N^2 + M \times \log_2 M) \times \log_{10} K)$ .

### Подзадача 6

В тази подзадача за всяка поръчка трябва да се изработи един единствен букет. Дадена поръчка може да бъде изпълнена, ако в магазина има поне един вид цветя, чийто брой венчестчета принадлежи на изисквания интервал.

Сложност:  $O(N + M)$ .

### Подзадача 7

Оптимизираме работата с дълги числа в решението от подзадача 5. За тази цел можем да представим числата в бройна система с основа, по-голяма от 10. Авторската имплементация използва основа  $10^{18}$ . Така се спестява ресурс за 18 цифри, които се побират в една променлива.

Сложност:  $O((N^2 + M \times \log_2 N) \times \log_{base} K)$  или  $O((N^2 + M \times \log_2 M) \times \log_{base} K)$ .

*Автор: Георги Петков*