

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА БРОЙ НА НУЛИТЕ

Очевидното решение, при което за всяко число от 1 до n намираме колко пъти се среща цифрата 0 в десетичния запис на числото, е прекалено бавно, когато n има повече от 7 цифри.

Нека числото n има m цифри и да номерираме позициите отляво наляво с числата 1, 2, ..., m . За построяването на бърз алгоритъм ще пресметнем ефективно колко от числата от 1 до n имат цифра 0 в позиция k за $k = 1, 2, \dots, m-1$.

Да разгледаме конкретен пример: нека $n = 354268$ и $k = 3$. Числата, които имат цифра 0 на трета позиция са 1000, 1001, 1002, ..., 1099, 2000, 2001, 2002, ..., 2099, ..., 354000, ..., 354099.

Числата, имащи 0 на трета позиция, са разделени на групи от по 100 последователни числа, като първото число във всяка група е кратно на 1000. Трябва да съобразим колко цели групи и евентуално част от група има до числото n . В конкретния случай имаме 354 цели групи, следователно цифрата 0 е използвана на трета позиция общо $354 \cdot 100$ пъти.

Ако $n = 354068$, ще имаме 353 цели групи от по 100 числа, а от последната група ще имаме още 69 числа. Следователно сега цифрата 0 е използвана общо $353 \cdot 100 + 69$ пъти на трета позиция.

По общо, нека $a = 10^k$ и $b = 10^{k-1}$. Числата, които имат цифра 0 на позиция k са разделени на групи от по b последователни числа, като първото число във всяка група е кратно на a .

Пресмятаме $p = n / a$ и $q = n \% a$.

Ако $q \geq b$, броят на нулите на позиция k е $z = p \cdot b$, в противен случай $z = (p - 1) \cdot b + q + 1$.

Автор: Донка Капралова