

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ПРАВОЪГЪЛНИЦИ

Едно възможно решение е с пълно изчерпване. Разглеждаме всички възможни варианти за горен ляв и долен десен ъгъл. За всеки вариант се движим по границата на правоъгълника и проверяваме, дали всички клетки са оцветени. Ако е така, то добавяме единица към отговора.

Сложността на това решение е $O(N^2 \cdot M^2 \cdot (N+M))$ и се оценява за 30 точки. Но ако се приложат елементарни начини за съкращаване на обхождането, може да се вземат и 50 точки – *rect0.cpp*.

Да се опитаме да ускорим това решение. Да се избавим от най-вътрешния цикъл, с който проверяваме оцветени ли са границите на правоъгълника. Правим едно предварително изчисление. Нека с $down[i][j]$ да означим максималния брой подред оцветени клетки надолу от клетката $[i][j]$. Аналогично, с $right[i][j]$ – максималния брой подред оцветени клетки надясно от клетката $[i][j]$.

Сега, имайки координатите на поредния правоъгълник, лесно може да проверим, напълно ли е оцветена неговата граница. Нека i_1, j_1 са координати на левия горен ъгъл, а i_2, j_2 – на долния десен. Лявата граница на правоъгълника е оцветена напълно, ако $down[i_1][j_1] > i_2 - i_1$. Дясната граница е оцветена напълно, ако $down[i_1][j_2] > i_2 - i_1$. Аналогично проверяваме за горната и долната страна на правоъгълника. Това решение има сложност $O(M^2 \cdot N^2)$ и може да набере до 80 точки *rect1.cpp*.

Да помислим, как да получим още по-бързо решение. Обхождаме всички възможни редове, в които може да се намира горната и долната страна на правоъгълника. Нека i_1 – е номер на горния ред, i_2 – номер на долния, , $i_2 > i_1 + 1$.

Правим още един вложен цикъл по j , който върви отляво надясно и контролира оцветяването на клетки в горния и долния ред. Нека на някоя стъпка да сме установили, че двете клетки са оцветени. Тогава ще продължим да се движим надясно, докато клетките в горния и долния ред са оцветени, и при това броим стълбовете j , за които $down[i_1][j] > i_2 - i_1$. Нека този брой е равен на C . Тогава броят на правоъгълниците с горна координата i_1 и долна координата i_2 , е равен на комбинациите от C елемента от втори клас, т.е. $C * (C-1) / 2$.

Всъщност тази формула не дава съвсем верен отговор, доколкото в нея не е отчетено, че широчината на правоъгълника трябва да бъде по-голяма или равна на 3. Затова в цикъла по j е необходимо още да се преброят случаите, когато два оцветени стълба стоят един до друг, и да се извади този брой от отговора.

След това ние нулираме брояча C и отново продължаваме да се движим надясно, изпълнявайки гореописаните действия, докато не стигнем до края на реда.

Сложността на това решение е $O(M^2 \cdot N)$.

Автор: Кинка Кирилова-Лупанова