

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА АУДИО КОМПРЕСИЯ

Background

Както може би се досещате, тази задача черпи вдъхновение от съвсем реален алгоритъм за звукова компресия, за който научих от моя приятел и бивш медалист от IOI Николай Николов. Той пише модерна реализация на една стара DOS програма за създаване на музика, Impulse Tracker. Неговата съвременна Free Pascal реализация (tralala) реализира всички аспекти на оригинала, включително и делта компресията на звуковите данни, представена в задачата (разбира се, алгоритъмът в задачата е леко опростен, истинският има още някои технически чупки). Исторически любопитно е, че оригиналната програма от 90-те не реализира най-добрата възможна компресия, тъй като авторът ѝ (поради незнание или технически ограничения) не ползва DP алгоритъма. Ники, като виден представител на Ямболската информатическа школа, е реализирал перфектното компресиране в новата реализация, като Impulse Tracker-ът, спазвайки буквата на битстрийм формата, отваря успешно създаваните от него файлове.

Решение

Задачата се решава с тривиално динамично оптимиране.

Нека входните семпли са X_0, X_1, \dots, X_{n-1} .

Ще формираме делтите: $\Delta_0 = X_0, \Delta_1 = X_1 - X_0, \Delta_2 = X_2 - X_1, \dots, \Delta_{n-1} = X_{n-1} - X_{n-2}$.

Ще ползваме помощната функция **min-bits(x)**, която за дадено число x дава минималният брой битове, необходими за представянето му; резултатът от **min-bits(x)** е най-малкото i , за което е изпълнено $-2^{i-1} < x < +2^{i-1}$. Забележете, че интервалът е симетричен; така оставяме биткода -2^{i-1} свободен за операцията „смяна на ширината“ (СШ).

Ще си дефинираме функцията на динамичното, **f(p, w)**, която ще ни указва каква е минималната дължина (в битове) на битстрийма за първите **p** семпъла, ако последният семпъл е кодиран с ширина **w** бита.

Стойностите на **f(p, w)** се изчисляват по следният начин:

- ✓ $f(0, w) = +\infty$, за $1 \leq w \leq 16$;
- ✓ $f(0, 17) = 0$;
- ✓ $f(i, w) = +\infty$, ако $w < \text{min-bits}(\Delta_{i-1})$;
иначе
- ✓ $f(i, w) = w + \min(f(i-1, w), \min_{j=1..17}[f(i-1, j) + 4 + j])$.

Последният вариант можем да опишем така: ако броят битове w стигат за да се запише делтата Δ_{i-1} , то можем или да се опитаме да продължим текущия битстрийм с дължина w , или (ако е по-оптимално) да вземем някой от текущите битстрийми с друга ширина j , като първо направим превключване на ширината от $j \rightarrow w$. За самата делта ни трябва w бита, а превключването коства (както е по условие) $j+4$. Отговорът на задачата пресмятаме като $\min_{j=1..17}[f(n, j)]$.

Така описаното решение е с времева сложност $\Theta(n)$ (ако приемем w за константа) и изисква също $\Theta(n)$ памет, ако мемоизираме цялата функция f . Разбира се, това не е нужно – достатъчно е да пазим само последните два реда за $f(i, \dots)$ и $f(i-1, \dots)$, с което паметта става $\Theta(1)$. Ограничението по памет на задачата (1 мегабайт) **изисква** тази оптимизация да бъде направена, както и самото четене на входа да бъде семпъл по семпъл, вместо да се прочете целия масив семпли наведнъж.

Тестове

В архива със задачата е даден тест-генератор, звукови файлове и генерираните тестове + очаквани изходи. Тестовите са генерирани по следният начин:

№	N	Резултат	Компресия	Описание
0	6	88	8.33%	Пример 1 от текста на задачата (не участва в оценяването)
1	100	121	92.44%	Само нули
2	320	3194	37.62%	Прогресивно увеличаващи се делти, от 1 до 17 бита
3	1000	16626	-3.91%	Алтерниращи +32767/-32768 с кратки периоди затишие
4	1000	14502	9.36%	Зигзагообразна редица с увеличаваща се амплитуда
5	500	8500	-6.25%	Random -32768..+32767 (всички семпли се налага да се компресират със 17 бита)
6	150000	1841784	23.26%	Синусоида с константна амплитуда и варираща честота: 100 Hz → 15 kHz → 100 Hz
7	999403	5955653	62.75%	Реална музика ("sam.wav"), но затишена, така че всички семпли да са в интервала [-511..+511]
8	1000000	12306387	23.09%	Реална музика ("kurtis.wav") с много перкусии и дисторжън китари
9	767159	7889565	36.72%	Реална музика ("cool.wav") без наличие на високи честоти (само акустична китара)
10	1000000	12088886	24.44%	Реална музика ("sam.wav"), този път без затишието

Музиката в тестовите е дело на автора, така че няма никакви нарушения на авторски или сродни права.

Автор: Веселин Георгиев