АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
ДИНАМИЧНИ СКОБИ

Добре известен е следният критерий кога дума е балансирана: Заменяме отварящите скоби с 1, затварящите – с -1. Нека $a_1 a_2 \dots a_n$ е редицата от числа, а $s_0 = 0, s_i = s_{i-1} + a_i$ е редицата от парциалните суми. Тогава думата е балансирана точно когато $s_n = 0$ и $s_i \geq 0$ за $0 < i < n$.

За поддържане на необходимите заявки, за даден интервал $a_1 a_2 \dots a_n$ е необходимо да пазим $sum = s_n$, минималната парциална сума $low = \min s_i$, както и максималната парциална сума $high = \max s_i$. Да се убедим, че тази информация ни е достатъчна:

- Един интервал е балансиран, точно когато $sum = 0$ и $low = 0$.
- Обръщането на всяка скоба в даден интервал е еквивалентно на умножаване на съответните числа с -1. След тази операция: $sum' = -sum$, $low' = -high$, $high' = -low$.
- Ако A и B са два интервала, то можем да ги конкатенираме така:

$$sum(AB) = sum(A) + sum(B)$$
$$low(AB) = \min\big(low(A), sum(A) + low(B)\big)$$
$$high(AB) = \max\big(high(A), sum(A) + high(B)\big)$$

Горните наблюдения ни показват как можем ефективно да реализираме заявките от задачата, като използване интервално дърво поддържащо промяна на елементите от цял интервал с една и съща стойност (умножение с -1) и конкатенация на елементите от цял интервал (използвайки горепосочената конкатенация).

При ефективна реализация на интервално дърво, всяка заявка има сложност $O(\log n)$.

Статичната версия на тази задача може да се реши за $O(1)$ време за всяка заявка, като се пресметнат парциалните суми и се използва структура от данни за RMQ.

Автор: Красимир Георгиев