АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
ШОКЖЛАДОВА ФАБРИКА

Терминология:
N – брой на кашони
L – обем на кашоните
K – брой шоколади, които може да носи един мармот.
A[0], A[1]...A[i].... A[N-1] – първоначалния брой шоколади в кашоните.

Подзадача 1. Мармотите могат да носят повече шоколади от лимита на кашоните. К >= L

Наблюдение 1: Лесно можем да преобразуваме играта от игра с прибавяне, в игра с премахване прилагайки следното преобразование:

A'[i] = L – A[i]

И вместо да прибавяме в кашоните, ще махаме от тях.
От сега нататък ще считаме, че винаги сме приложили поне Наблюдение 1.
Това в случая, когато К е по-голямо или равно на обема на кашоните е класическата игра НИМ.

Подзадача 2. Броят шоколади, които могат да носят мармотите на един ход е по-малък обем от кашоните, но N <= 6, L <= 20 (K<=L)

В този случай играта ни вече не е класически НИМ. Но нека все пак да приложим наблюдение 1.
Наблюдение 2: Реда на кашоните няма никакво значение. Т.е. Две позиции са абсолютно идентични, ако сортираната поредица от обеми на кашони е една и съща за двете.

Ограниченията в този случай позволяват да се приложи метода на динамично оптимиране върху графа от ходове на играта.

Позиция, наричаме списък със моментното количество шоколади във всеки един от кашоните (a[0], a[1],... a[n - 1]). Също така можем да считаме, че a[0] < a[1] <.... < a[n -1] (от наблюдение 2)

Например позиция е (1, 3, 5) ако в момента в първия кашон имаме 1 шоколад, във втория 3 шоколада, а в третия 5 шоколада.
Наричаме позиция печеливша, ако играча на ход ще спечели ако играе оптимално, и губеща в противен случай.

Индуктивната стъпка:
Позиция X е

- печеливша, ако от X можем с един ход да стигнем до поне една позиция X', която е губеща
- губеща, ако не можем да направим ход или можем да стигнем само до печеливши позиции X' с един ход

Терминална позиция е тази, при която всички кашони са празни(0, 0, ... 0).

Целта на тази подзадача е хората, които не знаят как се решава НИМ, обаче знаят как се решава игра използвайки графа на играта, да хванат точки. Също така е бонус за тези които знаят как се решава НИМ и не могат да достигнат до решението на тази задача. Необходимо е да се използва наблюдение 2, за да се редуцира броя на върховете в графа, който трябва да се обходи. Също така трябва да се използва „умно“ представяне на позицията. Сложността в най-лошия случай е O(L^N*K)

Подзадача 3. Имаме само един контейнер. N=1

Тази подзадача е тук, само и единствено за да подскаже към истинското решение.

Към тази подзадача може да се подходи по 2 начина.

Първият е с динамично оптимиране, подобно на предишната подзадача, обаче тук позицията може да се опише само с едно число.

Вторият е, ако се прояви малко съобразителност, лесно може да се достигне до извода, че печеливши позиции са тези, при които A'[0] % (K + 1) != 0.

Подзача 4. Нямаме допълнителни ограничения

Прилагайки Наблюдение 1. достигаме до игра, която много прилича на класически НИМ, но не точно. Оказва се, че може да се докаже, че позициите в тази игра се еднакво печеливши със позициите във следния класически НИМ:

Наблюдение 3: Позицията е печеливша, ако същата позиция е печеливша в НИМ-а получен след следното преобразование.
A''[i] = A'[i] %(K+1) = (L – A[i]) % (K+1)

Следователно началната позиция е губеща, ако
[(L – A[0]) % (K+1)] **XOR** [(L – A[1]) % (K+1)] **XOR** ... **XOR** [(L – A[n-1]) % (K+1)]

Автрор: Михаил Ковачев

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Nim