

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА НАЙ-МАЛКО И НАЙ-ГОЛЯМО

Да означим с c_0 числото, което си е намислил Иван, с c_1 – числото, което се получава след първата стъпка, ..., с c_n – числото, което се получава след n -тата стъпка. Ясно е, че $c_n = c$. От условието следва, че

$$c_k = \left\lfloor \frac{c_{k-1}}{a_k} \right\rfloor + b_k \text{ за } k = 1, 2, \dots, n, \text{ т. е.}$$

$$\left\lfloor \frac{c_{k-1}}{a_k} \right\rfloor = c_k - b_k \text{ за } k = 1, 2, \dots, n.$$

За да бъде c_0 най-малко трябва c_1, c_2, \dots, c_{n-1} да са най-малки, а за да бъде c_0 най-голямо трябва c_1, c_2, \dots, c_{n-1} да са най-големи.

Следователно, когато търсим най-малката стойност на c_0

$$c_{k-1} = a_k (c_k - b_k) \text{ за } k = 1, 2, \dots, n.$$

Когато търсим най-голямата стойност на c_0

$$c_{k-1} = a_k (c_k - b_k) + a_k - 1 \text{ за } k = 1, 2, \dots, n.$$

Пресмятането на съответните стойности на c_k извършваме в следния ред:
 $c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_0$.

Забележка: Може да се докаже, че разликата между търсените най-голяма и най-малка стойности на c_0 е $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n - 1$.

Автор: Младен Манев