АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА КАТЕРИЧКА

Нека $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = n.k$. След прехвърлянията във всяка купчина трябва да има по k ореха. Да означим с x броя на орехите, които катеричката трябва да прехвърли от първата във втората купчина. Ако е необходимо да се извърши обратната операция, т.е. прехвърляне на орехи от втората в първата купчина, ще считаме, че x е отрицателно. След това прехвърляне във втората купчина ще има $x + a_2$ ореха. За да останат в нея k ореха, е необходимо от втората в третата купчина да бъдат прехвърлени $x + a_2 - k$ ореха ($x + a_2 - k$ може да бъде и отрицателно). Аналогично от третата в четвъртата купчина трябва да се прехвърлят $x + a_2 - k + a_3 - k$ ореха, …, от n-тата в първата купчина трябва да се прехвърлят $x + a_2 - k + a_3 - k + \ldots + a_n - k$ ореха. Общият брой на прехвърлените орехи ще бъде

$$S(x) = |x| + |x + a_2 - k| + |x + a_2 - k + a_3 - k| + \ldots + |x + a_2 - k + a_3 - k + \ldots a_n - k|$$

Функцията $S(x)$ достига най-малката си стойност за някоя от следните стойности на x: 0, $k - a_2$, $k - a_2 + k - a_3$, …, $k - a_2 + k - a_3 + \ldots + k - a_n$. Ако подредим тези числа в нарастващ ред и b_1, b_2, …, b_n е получената редица след подреждането, то $S(x)$ ще достигне най-малката си стойност при $x = b_t$, където $t = \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor$. При това, тъй като

$$S(x) = |x - b_1| + |x - b_2| + |x - b_3| + \ldots + |x - b_n|, \text{ то}$$

$$S(b_t) = |b_t - b_1| + |b_t - b_2| + \ldots + |b_t - b_3| + \ldots + |b_t - b_n|$$

$$S(b_t) = \begin{cases} (-b_1 - b_2 - \ldots - b_t) + (b_{t+1} + b_{t+2} + \ldots + b_n), & \text{при четно } n \\ (-b_1 - b_2 - \ldots - b_{t-1}) + (b_{t+1} + b_{t+2} + \ldots + b_n), & \text{при нечетно } n. \end{cases}$$

Автор: Младен Манев