



XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Национален кръг

Варна, 13 – 16 март 2026 г.

Група АВ, 9 – 12 клас, Ден 2

Задача АВ22. ФОРТУНА

 1 сек.  1024 МВ

Великият Цезар е изправен пред M -лема (M -странна дилема). След месеци неуспешни разсъждения, той решил да търси божествено вдъхновение в Храма на Фортуна (богинята на късмета, известна и като Автоматия). По-точно, той иска да получи произволно число между 0 и $M - 1$. Разбира се, числото трябва да е наистина произволно с точно равни вероятности за всички M стойности. Това е невъзможно за простосмъртни и може да се случи само с помощта на богинята. За целта, в храма ще се извършва дневен ритуал, при който богинята осенява свой поклонник с едно наистина произволно число между 0 и $N - 1$ (с точно равни вероятности за всички N стойности). За жалост на Цезар $N \neq M$. Затова той възложил на своите съветници задачата да измислят метод за произвеждане на търсения вид произволно число, използвайки редица числа от ритуала.

Това вече е доста трудна задача, но храмът си има допълнителни правила. Вътре се държи свитък с едно неотрицателно число X , записано на него (в началото това число е 0 и е винаги по-малко от 500). Всеки ден в храма нов поклонник извършва ритуала. Той вижда записаното число X и получава произволното число R от богинята. На база само тези две числа, той трябва да реши или да приключи целия процес и да обяви резултатното, търсено от Цезар, произволно число T , или, изтривайки старото, да запише ново неотрицателно число Y в свитъка (отново Y трябва да е по-малко от 500).

Освен всичко това, Цезар иска средният брой дни за генериране на търсеното произволно число да е възможно най-малък. Забележете, че генерирането на произволното число може да отнеме произволно голям брой дни, стига това да се случва достатъчно рядко, че средният брой дни да е малък (изисква се той да е най-много 100).

Помогнете на Цезар, като напишете програма **fortune**, която имплементира такъв метод за генериране на произволно число от 0 до $M - 1$ използвайки произволни числа от 0 до $N - 1$.

Детайли по имплементацията

Трябва да имплементирате две функции:

```
void setup(int N, int M)
```

Тази функция ще се извика веднъж в началото с дадените N и M .

```
std::pair<bool, int> proc(int X, int R)
```

Тази функция ще се извика по веднъж за всички възможни комбинации от X и R , като възможни X са само такива, които Вашето решение някога би записало в свитъка (и 0). За всяка комбинация, функцията определя какво да се случи. За приключване и обявяване на T , функцията трябва да върне pair-a {true, T }. За продължаване и записване на Y в свитъка, тя трябва да върне pair-a {false, Y }.

След всички нужни извиквания на функциите Ви, програмата на журито ще провери, че Вашият алгоритъм произвежда всички M възможни стойности за T с точно равни вероятности и че никога не зацикля вечно (това се случва използвайки специални методи, които не са Ви предоставени). Освен това, програмата на журито ще симулира генериране на произволно число 10^6 пъти и ще сметне средния брой дни C . Целта е да минимизирате C , като за $C > 100$ не се получават точки.



XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Национален кръг

Варна, 13 – 16 март 2026 г.

Група АВ, 9 – 12 клас, Ден 2

Ограничения

- $2 \leq N, M \leq 30$
- $0 \leq X, Y < 500$
- $0 \leq R < N$
- $0 \leq T < M$

Оценяване

Всеки тест се оценява независимо от другите. Нека C^* да е средният брой дни на оптималното възможно за теста решение. Тогава частта от точките, която ще получите за теста (ако решението Ви е валидно за него) ще е S :

$$Q = \min\left(\frac{C^*+0.005}{C}, 1\right)$$

$$S = \frac{1+Q^{10}-(1-Q)^{0.15}}{2}$$

Тестове

- В първите 25% от тестовете: $N > M$.
- В следващите 25% от тестовете: $N = 2$.
- В последните 50% от тестовете: няма допълнителни ограничения.

Примерна комуникация

Програма на журито	Вашата програма
setup(2, 3)	
proc(0, 0)	return {false, 1}
proc(0, 1)	return {true, 0}
proc(1, 0)	return {false, 2}
proc(1, 1)	return {true, 1}
proc(2, 0)	return {false, 0}
proc(2, 1)	return {true, 2}

Тук се иска да се реши задачата за $N = 2$ и $M = 3$. Един опит за решаване е описан в дадената примерна комуникация. Това решение прави ритуала до 3 пъти, докато не се падне единица и завършва с T равно на номера на деня, в който първо се е паднала единица. Ако нито един от трите дни не се падне единица, то повтаря това отново, докато не успее. Това решение средно отнема 2 дни, но за жалост не е вярно, защото не избира стойностите 0, 1 и 2 за T с равни вероятности: $P(0) \approx 0.57$, $P(1) \approx 0.29$ и $P(2) \approx 0.14$.

Локален грейдър

Локалният грейдър не прави описаните проверки, а само симулира генериране на 10^6 произволни числа и отпечатва C и броят пъти, при които е била обявена всяка от M -те стойности за T . Локалният грейдър чете само N и M от стандартния вход (използва фиксиран сийд за рандомизация).