

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ВЕЛИКО ТЪЖДЕСТВО

Нека на лентата е записан низ s , състоящ се само от цифри и не започва с нула. Трябва да се определи дали може да се постави знак за равенство така, че да се получи коректно твърдение от вида $a = a$, където:

- отляво на знака е записано числото a без водещи нули (т.е. като обикновено естествено число);
- отдясно на знака е записано същото число a , но е възможно да има водещи нули (например, 0012 се счита за допустим запис на числото 12).

Нека означим дължината на низа s с n . Ако търсеното число a съществува, то неговият десетичен запис (без водещи нули) има някаква дължина k . Тогава целият низ s се състои от две части: първата — запис на a с дължина k , втората — запис на същото число, но с дължина $n - k$. Понеже вторият запис може да съдържа водещи нули, неговата дължина е не по-малка от k , тоест $n - k \geq k$, откъдето следва $k \leq n/2$.

Следователно дължината на числото a не надвишава половината от дължината на целия низ. Това е ключово наблюдение, което позволява да се ограничим само до една кандидатстваща позиция: разделяме низа s на две равни части и вземаме втората половина като възможен запис на числото a с водещи нули. Премахваме от нея всички водещи нули — получаваме низ t , който трябва да съвпада със записа на числото a без нули.

Сега проверяваме дали t може да бъде лявата част на твърдеството. За това:

- низът t трябва да е префикс на първата половина на оригиналния низ s ;
- остатъкът от първата половина (след префикса t) трябва да се състои само от нули (в противен случай лявата част няма да съвпада с числото, зададено от t).

Ако и двете условия са изпълнени, тогава дължината на низа t е търсената позиция (след нея се поставя знак „равно“). В противен случай твърдеството не може да бъде възстановено.

Частични решения:

При малка дължина на низа (до 18 символа) може да се обходят всички възможни позиции за знака „равно“, да се отделят лява и дясна част, да се преобразуват в цели числа и да се сравнят. Този подход е коректен, защото числата се побират в стандартните целочислени типове. Реализация във файла `great_35.spp`.

При дължина до 1000 символа числата вече не се побират в 64-битови типове, но може да се сравняват низове: за всяка позиция се премахват водещите нули от дясната част и се проверява дали тя съвпада с лявата част след премахване на крайните нули. Въпреки това, обхождането на всички позиции може да бъде бавно при големи дължини. Реализирано във файл `great_71.spp`.

Пълно решение:

Използвайки ключовото наблюдение, че дължината на числото a не надвишава половината от дължината на низа, е достатъчно да се разгледа само една кандидат позиция — края на първата половина. След премахване на водещите нули от втората половина се проверява дали полученият низ е префикс на първата половина, след който следват само нули. Тази проверка се извършва за линейно време и работи дори при дължина на низа до $4 \cdot 10^5$, както е в `author.spp`.

Автор: Кинка Кирилова-Лупанова