

Задача D?. ДРОБ

Пояснение към решенията

Частично решение (frac_59p.cpp)

Може да приложим търсене с пълно изчерпване на всички възможни стойности за x и y , понеже в условието на задачата е гарантирано, че стойностите на x и y са ограничени – в част от тестовите, които осигуряват 65% от точките, $x < 5\,000$, и в част от тестовите, които осигуряват 59% от точките, $y < 10$. Така програмираме цикъл, в който проверяваме всички двойки x и y , ограничени от подходящо избрани константи Mx и My :

```
for(long long x=1;x<=Mx;x++)
for(long long y=1;y<=My;y++)
```

В тялото на този двоен цикъл проверяваме за кои стойности на x и y , изразът $\frac{x}{y} \cdot \frac{b_j}{a_j}$ дава целочислени стойности за всяко j :

```
int c=0;
for(int j=0;j<n;j++)
if((x*b[j])%(y*a[j])==0) c++;
```

При $c==n$ извършваме следваща проверка за откриване дали текущата стойност на дробта с числител x и знаменател y е по-малка от рекорда rx , ry , достигнат до момента:

```
if(x*ry<y*rx)
{
    rx=x; ry=y;
    long long g=__gcd(rx,ry);
    rx=rx/g; ry=ry/g;
}
```

Ако е така, записваме нов рекорд, като извършваме на съкращаване на дробта. Накрая отпечатваме rx и ry .

Използва се вградената функция `__gcd` за пресмятане на най-големия общ делител на две цели числа. Тази функция е налична в C++14. В C++17 е налична функция, която пресмята същото, но е с изменено име `gcd`. Разбира се, пресмятането на най-големия общ делител на две цели числа може да бъде реализирано и без използване на вградена функция, като състезателят програмира известния алгоритъм на Евклид за тази цел.

Решение за 100 т. (frac_100p.cpp)

Търсим цели положителни числа x и y , така че стойността на

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{b_i}{a_i} = \frac{x}{a_i} \cdot \frac{b_i}{y} \quad (*)$$

да бъде цяло число за всяко $i = 1, 2, \dots, n$. Понеже дробта $\frac{a_i}{b_i}$ е несъкратима, следва че a_i и b_i нямат общи прости множители. Тогава, понеже искаме $(*)$ да е цяло число, трябва x да е

кратно на всяко a_i и y да дели всяко b_i , понеже искаме дробта $\frac{x}{y}$ да е несъкратима. Така търсим x да е общоратно на $a_1, a_2, \dots, a_n$ и y да е общ делител на $b_1, b_2, \dots, b_n$.

Съгласно условието на задачата търсим дроб $\frac{x}{y}$ с описаното свойство, но и такава че тази дроб да е най-малка от всички възможни, т.е. с възможно най-малък знаменател и най-голям числител. Така търсим най-малкото възможно x и най-голямото възможно y , което означава че за x вземаме най-малкото общоратно на $a_1, a_2, \dots, a_n$, а за y вземаме най-големия общ делител на $b_1, b_2, \dots, b_n$.

В програмната реализация функцията `lcm_a()` пресмята най-малкото общоратно на елементите на масива `a[]`, а функцията `gcd_b()` пресмята на големия общ делител на елементите на масива `b[]`.

Накрая отпечатваме търсените стойности:

```
long long x=lcm_a();  
long long y=gcd_b();  
cout << x << " " << y << endl;
```

Емил Келеведжиев