



# ХЛІ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

## Национален кръг

Велико Търново, 7 - 10 март 2025 г.

Група АВ, 9-12 клас, Ден 2

### Задача АВ3. Маймунка

0.7 сек. 512 MB

*Помните ли Ели и Дени от предишни задачи? Знаехте ли, че си имат маймунка?*

Маймунка блъска по клавиатура, като може да натиска клавишите **0** или **1**. Когато прави това, тя има вероятност  $p$  да натисне **0** и  $1 - p$  да натисне **1**. След всяко натискане, маймунката гледа поредицата натиснати клавиши и решава дали да спре – тя продължава докато не види предварително избран шаблон  $S$  с размер  $N$ , също съставен от нули и единици.

Някои примерни поредици на натискания за шаблон 1010 са 1101100101**1010**, **1010** и 111111**1010**.

От Вас се иска, знаейки шаблона  $S$ , да намерите каква е очакваната стойност на броя на натисканията докато не види този шаблон и да я изведете по модул  $10^9 + 7$ .

#### Вход

От първия ред на стандартния вход се въвежда числото  $N$  – размерът на шаблона. От втория ред на стандартния вход се въвеждат целите числа  $p_A$  и  $p_B$ , така че  $p = \frac{p_A}{p_B}$  е вероятността маймунката да натисне **0**. От третия ред се въвежда шаблона  $S$ , който е съставен от  $N$  цифри **0** или **1**.

#### Изход

На един ред на стандартния изход изведете едно цяло число – очакваната стойност за броя натискания на клавиатурата по модул  $10^9 + 7$ .

Очаквана стойност (математическо очакване) наричаме  $E[X] = \sum_{\text{всички поредици}} x_i \cdot p_i$ , където  $x_i$  е дължината на поредица натискания, завършваща с шаблона, а  $p_i$  е вероятността да се види тази поредица. Може да се докаже, че отговорът е под формата  $\frac{p}{q}$ ,  $q \neq 0$ . От Вас се иска да намерите такова число, че  $0 \leq a < 10^9 + 7$  и  $a \cdot q \equiv p \pmod{10^9 + 7}$ .

Допълнително може да използвате факта, че за всяко цяло число  $x \neq 0$ , съществува **обратен елемент**  $y \equiv x^{10^9+5} \pmod{10^9 + 7}$ , за който  $x \cdot y \equiv 1 \pmod{10^9 + 7}$ . Така финалният Ви отговор  $a$  ще е от вида  $a \equiv p \cdot q^{10^9+5} \pmod{10^9 + 7}$ .

#### Ограничения

- $1 \leq N \leq 10^7$
- $1 \leq p_A < p_B < 10^9 + 7$



# ХІ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

## Национален кръг

Велико Търново, 7 - 10 март 2025 г.

Група АВ, 9-12 клас, Ден 2

### Подзадачи

Подзадача	Точки	$N$	Други ограничения
1	11	$\leq 3000$	$S$ е от формата 1111... или 00000...
2	6	$\leq 3000$	$S$ е от формата 01111... или 10000...
3	5	$\leq 3000$	$S$ няма поредни символи 0
4	42	$\leq 200$	—
5	11	$\leq 3000$	—
6	10	$\leq 5 \cdot 10^5$	—
7	15	$\leq 10^7$	—

Точките за дадена подзадача се получават само ако се преминат успешно всички тестове, предвидени за нея.

### Пример

Вход	Изход	Обяснение на примера
1 1 2 0	2	За този тест $p = \frac{1}{2}$ . Маймунката натиска клавиши докато не види 0, като стойността на изхода съответства на числото 2.
4 3 4 1011	333333425	За този тест $p = \frac{3}{4}$ . Стойността на изхода съответства на $89.333... = 89.(3) = \frac{268}{3}$ . Вярно е, че $333333425 \cdot 3 = 1000000275 \equiv 268 \pmod{(10^9 + 7)}$