НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

НАЦИОНАЛЕН КРЪГ 10-12 МАРТ 2023

Група C 7-8 клас

Анализ на задача Пътуване

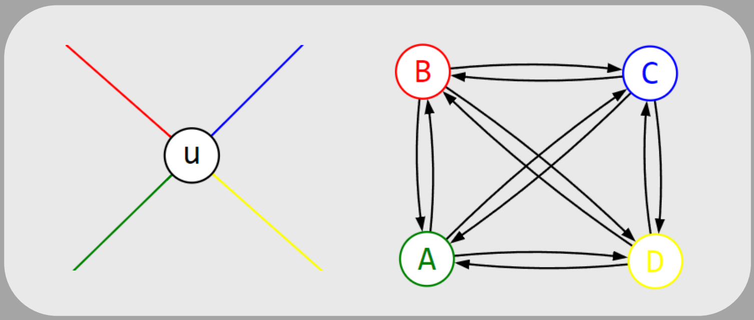
Първа подзадача. Тъй като броят линии е малък, можем да пуснем пълно изчерпване спрямо това кои от тях ползваме. За всяка възможност проверяваме с **DFS** дали има път от **1** до **N**, минаващ само по избраните линии.

Сложност – $O(2^N \times (N+M))$.

Втора подзадача. Тук имаме стандартна постановка да намерим най-краткия път от **1** до **N**. Понеже всяка линия представлява само едно ребро и няма трамвайни линии можем да използваме алгоритъм на Дейкстра.

Сложност – $O(N \times \log(M))$.

Трета подзадача. Да помислим как можем да преобразуваме графа в някаква по-удобна форма. Плащаме някаква цена само когато сменяме линии, затова е логично да представим и тях с върхове освен спирките. Единствените ребра ще са между върховете на линиите с едно малко изключение. За да намерим как са свързани линиите една спрямо друга, за всяка спирка разглеждаме двойките улици свързани с нея и построяваме ориентирани ребра между съответните линии.



Цената на дадено ориентирано ребро ще е цената на линията, към която сочи. Остават и ребрата от спирка **1** към всички линии, които минават през нея и аналогичните ребра към спирка **N**.

Сложност – $O(M^2 \times \log(M))$.

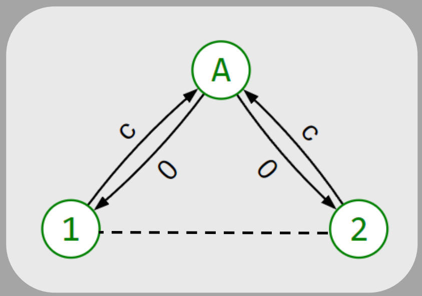
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ 10-12 МАРТ 2023
Група С 7-8 клас

Четвърта подзадача. Едно възможно решение е да построим графа на най-кратките пътища от връх **1** и понеже той е ацикличен да използваме динамично, за да намерим минималния брой трамвайни линии от **1** до **N**.

По-кратката за писане идея е в алгоритъма на Дейкстра да сложим за втори приоритет броя използвани трамвайни линии. Тоест, ако има няколко върха, до които разстоянието е минимално, да разглеждаме тези с най-малък брой трамвайни линии до тях. Защо това работи? Броят трамвайни линии има значение, само когато има повече от един най-кратък път. Тогава просто имаме втора задача за най-кратък път, но с други цени.

Сложност – **O(M^2 × log(M)).**

Пета подзадача. Ще подобрим начина, по който строим графа. Нека имаме връх за всяка спирка и връх за всяка линия. Нека имаме улица от спирка **u** до спирка **v**, по която минава линия **s**. Тогава ще построим ребра от **u** и **v** към **s+N** (за да не се повтарят номерата на върховете) със съответната цена и ребра от **s+N** към **u** и **v** с нулева цена. Така първите ребра служат за „качване“ на дадена линия, а вторите за „слизане“ от нея.



Сложност – **O((N+K) × log(M)).**

Шеста подзадача. Комбинираме идеите от четвърта и пета подзадача.

Сложност – **O((N+K) × log(M)).**

Автор: Александър Гатев