|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тагове** | **На пълното решение** | **На подзадачите** |
| Делимост | Пълно изчерпванеАлгоритъм на Евклид |

**Анализ**

**Решение за 25 точки**

За всяка възможна пермутация $p\_{1},p\_{2},p\_{3},…,p\_{N}$ намираме най-голямото $d$, за което може песните да се разпределят в плейлисти. Как по-точно? Всъщност, ние бихме могли да разпределим песните от жанрове $x$ и $p\_{x}$ в плейлисти с големина $d$, само ако $a\_{x}+a\_{p\_{x}}$ се дели на $d$. Ние искаме да намерим НОД-а на $a\_{1}+a\_{p\_{1}}$,$a\_{2}+a\_{p\_{2}}$,$a\_{3}+a\_{p\_{3}}$, …, $a\_{N}+a\_{p\_{N}}$, което може да стане с алгоритъма на Евклид. Забележете, ако $p\_{i}=i$, не трябва да гледаме сбора на $a\_{i}+a\_{p\_{i}}$ при намирането на $d$, а само $a\_{i}$.

 Постигната сложност: $O(N!×N×log\_{10}a\_{i})$

Имплементация: brute.cpp

**Решение за 75 точки**

Нека $max$ е максималното число в редицата, а $min$ – минималното число. $d\leq min+max$, защото иначе няма как да направим плейлист, който включа жанра, който е с най-малко песни. Нека разгледаме всички числа от $1$ до $min+max$ и да проверим за всяко едно дали е възможна големина на плейлисти.

 Нека сме да искаме да проверим, дали $d$ е възможна големина. Нека за случайни $x$ и $y$, $x+y$ да се дели на $d$. Тогава също $x\%d+y\%d$ се дели на $d$ (с $x\%d$ означавам остатъка на $x$ при деление на $d$). Нека $b\_{1}=a\_{1}\%d,b\_{2}=a\_{2}\%d,b\_{3}=a\_{3}\%d,…,b\_{N}=a\_{N}\%d$. Нека също $cnt\_{val}$ е броят елементи в $b$, равни на $val$. Ако успеем да намерим подходящо групиране за $b$, то ще важи също и за $a$. Ако няма възможно групиране за $b$, то няма и за $a$. За всички $b\_{i}=0$ не пречи $p\_{i}=i$. За някое $b\_{i}=1$, $p\_{i}=j$, то задължително $b\_{j}=d-1$. Аналогично, за някое $b\_{i}=2$, $p\_{i}=j$, то задължително $b\_{j}=d-2$. **За** **всяко** $b\_{i}=x$ **го групираме с някое друго** $j$**, за което** $b\_{j}=d-x$**.** Забележете, ако $d$ е четно и $b\_{i}=d/2$, то и $b\_{p\_{i}}=d/2$. **Тоест, ако** $d$ **е четно, задължително** $cnt\_{d/2}$ **трябва да се дели на** $2$**.** За всички останали стойности $i$ в $b$, задължително трябва $cnt\_{i}=cnt\_{d-i}$. Когато тези условия се спазват, $d$ е възможна големина на плейлистите.

 Постигната сложност: $O(N×a\_{i})$

Имплементация: slow.cpp

 **Решение за 100 точки**

Нека съкратим бройката на възможните големини на плейлисти. За да e валидно някое $d$, то трябва задължително да дели $a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}+…+a\_{N}$ (всяка песен участва в плейлист и всеки плейлист е с големина $d$). Разглеждаме всички делители на сбора на числата на редицата и проверяваме всички, които са $\leq min+max$.

 Постигната сложност: $O(\sqrt{N×a\_{i}}+N×\sqrt[3]{N×a\_{i}})$

Имплементация: author.cpp и alternative.cpp

Сложността на решението е такава, защото максималния брой делители на число $x\leq 10^{18}$ е приблизително $\sqrt[3]{x}$. Решението се държи и по-бързо, защото не всички делители на $a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}+…+a\_{N}$ са $\leq min+max$. Имплементация може да намерите в файла author.cpp.

Едно допълнение – докато правих тестовете, забелязах, че при решението, което разглежда делителите на сумата, няма нужда да се проверява дали $cnt\_{d/2}$ се дели на $2$. Ако $d$ дели сумата и $cnt\_{i}=cnt\_{d-i}$ за всяко $i\ne d/2$, то задължително $cnt\_{d/2}$ е четно.

*Автор: Борис Михов*