

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 11-13 март 2022 г.

Група АВ, 9 – 12 клас

Задача АВ1. GCD

Радо и Емил играят една игра. Радо си намисля едно число X между 0 и MAX_X , а Емил трябва да го познае, като многократно пита въпроси от вида: „Какъв е най-големият общ делител на $X + A$ и B , където $0 \leq A < 2 \times MAX_X$ и $1 \leq B < 2 \times MAX_X$?“ Целта на Емил е да познае числото с възможно най-малък среден брой заявки (дватама ще играят играта много пъти). Знае се, че Радо си избра X по напълно произволен начин, като всяко число между 0 и MAX_X е еднакво вероятно да бъде избрано, т.е $0 \leq X < MAX_X$.

По принцип Емил лесно би се справил с такава игра, но напоследък е много зает с работата си и няма време за задачи. Помогнете му като вместо него напишете програма `gcd.cpp`, която да играе тази игра. Тази програма ще се компилира с програма на журито, която ще играе от страната на Радо.

Детайли по имплементацията

Вие трябва да имплементирате функция `play` със следния прототип:

```
ull play(ull MAX_X);
```

Тя ще бъде извикана много пъти (винаги с еднакво MAX_X). Функцията трябва да върне стойността на X , която Радо си е намислил. За тази цел, тя може многократно да вика функцията `query` на журито. Тя има следния протип:

```
ull query(ull a, ull b);
```

Тази функция ще отговаря на гореописаните заявки, т.е. ще връща $\text{gcd}(X + A, B)$.

Вашата програма не трябва да съдържа функция `main`, да чете от стандартния вход или да печата на стандартния изход. Програмата Ви също така трябва да включва хедър файла `gcd.h` (чрез указание към препроцесора `#include "gcd.h"`), където `ull` е дефинирано като `unsigned long long`. Стига да спазва тези условия, програмата Ви може да съдържа каквито и да е помощни функции, променливи, константи и прочие.

Ограничения

$$0 \leq MAX_X \leq 10^9$$

Оценяване

Всеки тест се оценява поотделно. За да получите точки за даден тест, програмата Ви трябва правилно да познае X при всички викания на функцията `play` без да подава невалидни стойности на A и B към `query`. Функцията `play` ще бъде викната 4×10^4 . Резултатът Ви за теста зависи от средния брой викания на `query`, които програмата Ви прави. Нека тази бройка е Q и нека T_1 и T_2 са константи за теста. Тогава частта от максималния брой точки за теста, която ще получите, е:

- $\min\left(\frac{T_1}{Q}, 1\right)$, ако $Q < T_2$
- $\max\left(\frac{T_2}{Q} \times 0.35, 0.1\right)$, ако $Q \geq T_2$

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 11-13 март 2022 г.
Група АВ, 9 – 12 клас

Тестове

Тест	Точки	MAX_X	T_1	T_2
1	10	100	9	25
2	90	10^9	6.3	15

Локално тестване

Предоставени са Ви файловете `gcd.h` и `Lgrader.cpp`, които можете да компилирате заедно с програма си, за да я тествате. При стартиране на програмата трябва да се въведе `MAX_X`. След това решението Ви ще се изпълни и ще се изведе средната бройка заявки, която прави, или описание на грешка, ако възникне такава. Грейдърът на оценяващата система ще се държи по същия начин като предоставения Ви локален грейдър.

Примерна комуникация

№	Действия на <code>play</code>	Действия на грейдъра	Обяснение
1.		<code>play(10)</code>	$X = 6$
2.	<code>query(0, 15)</code>	<code>return 3</code>	$\text{gcd}(6 + 0, 15) = 3$
3.	<code>query(2, 8)</code>	<code>return 8</code>	$\text{gcd}(6 + 2, 8) = 8$
4.	<code>return 6</code>		
6.		<code>play(10)</code>	$X = 0$
7.	<code>query(1, 7)</code>	<code>return 1</code>	$\text{gcd}(0 + 1, 7) = 1$
8.	<code>query(12, 10)</code>	<code>return 2</code>	$\text{gcd}(0 + 12, 10) = 2$
9.	<code>query(0, 10)</code>	<code>return 10</code>	$\text{gcd}(0 + 0, 10) = 10$
10.	<code>return 0</code>		