

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА**  
**НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 12-14 март 2021 г.**  
**Група АБ, 9 – 12 клас**

### Задача АВ5. Периоди

Чарли обича периодични префикси. Помогнете му да ги намери. По-точно, той има масив  $A$  с дължина  $N$  и за всеки непразен префикс на масива иска да намери колко е минималния му период. За жалост, Чарли е у тях си заедно с масива си, а Вие сте далеч от него. Затова може да го питате въпроси от вида: префиксът с дължина  $L$  има ли период  $P$ , на които той може бързо да отговаря.

Преди да започнете да програмирате, нека формално дефинираме постановката. Префикс с дължина  $L$  на масива  $A$  е редицата:  $A_0, A_1, \dots, A_{L-1}$ .  $P$  е период на префикса тогава и само тогава, когато  $L$  се дели на  $P$  без остатък и  $A_i = A_{i-P}$  за всяко  $P \leq i < L$ . Разбира се, минималният период на даден префикс е най-малкият сред всички негови периоди.

Сега Вие трябва да напишете програма `periods`, която да си комуникира с Чарли (или поне негов електронен заместител) и правилно да открива минималните периоди на всички непразни префикси на масива  $A$  без да има директен достъп до него.

#### Детайли по имплементацията

Вашата функция `findPeriods` трябва да има следния прототип:

```
std::vector<int> findPeriods(int n);
```

Тя ще бъде извикана точно веднъж и ще получи като аргумент дължината на масива. Функцията трябва да върне вектор с дължина  $N$ , който да съдържа минималните периоди на префиксите с дължини от 1 до  $N$ .

Функция `hasPeriod` на журито има следния прототип:

```
bool hasPeriod(int len, int period);
```

Вашата програма може да я вика колкото си пъти иска. Като аргументи ѝ се дават дължината на префикс и хипотетичния му период. Тя връща `true`, ако префиксът с дължина  $len$  наистина има период  $period$ , и `false` иначе. Следните неравенства винаги трябва да са изпълнени:  $1 \leq len \leq N$  и  $1 \leq period$ . Нарушването на някое от тях се счита за грешка. Сложността на функцията е  $O(1)$ .

Вашата програма трябва да имплементира функцията `findPeriods`, но не трябва да съдържа функция `main`. Освен това, тя не трябва да чете от стандартния вход или да печата на стандартния изход. Програмата Ви също така трябва да включва хедър файла `periods.h` чрез указание към препроцесора:

```
#include "periods.h"
```

Стига да спазва тези условия, програмата Ви може да съдържа каквито и да е помощни функции, променливи, константи и прочие.

#### Ограничения

$$1 \leq N \leq 10^5$$

**НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА**  
**НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 12-14 март 2021 г.**  
**Група АБ, 9 – 12 клас**

**Оценяване**

Всеки тест се оценява поотделно. За да получите точки за даден тест, решението Ви трябва успешно да открие минималните периоди на всички непразни префикси. Броят точки, които ще получите, зависят от броя заявки (извиквания на функцията `hasPeriod`), които то е направило. Нека тази бройка е  $Q$  и нека  $T = \lfloor N/2 \rfloor + 1$ . Тогава, ако  $Q \leq T$ , ще получите пълния брой точки за теста, а иначе ще получите  $(T/Q)^{0.65} / 2$  от точките за теста.

*Забележка: Резултатът Ви за задачата е равен на резултата на най-добрия Ви събмит.*

*Забележка 2:  $\lfloor x \rfloor$  е най-голямото цяло число по-малко или равно на  $x$ .*

**Локално тестване**

Предоставени са Ви файловете `periods.h` и `Lgrader.cpp`, които можете да компилирате заедно с Вашата програма, за да я тествате. При стартиране на програмата трябва първо да се въведе числото  $N$ , а след това и масивът  $A$  (състоящ се от  $N$  числа). След това решението Ви ще се изпълни и ще се изведе броят заявки, които то е направило. Забележете, че имплементацията на функцията `hasPeriod` в `Lgrader.cpp` е линейна (за разлика от имплементацията ѝ в системния грейдър). Чувствайте се свободни да промените това.

**Примерна комуникация**

№	Действия на <code>periods</code>	Действия и отговори на журито
1.		<code>findPeriods(3)</code>
2.	<code>hasPeriod(1, 1)</code>	<code>return true</code>
3.	<code>hasPeriod(2, 1)</code>	<code>return true</code>
4.	<code>hasPeriod(3, 1)</code>	<code>return false</code>
5.	<code>hasPeriod(3, 2)</code>	<code>return false</code>
6.	<code>hasPeriod(3, 3)</code>	<code>return true</code>
7.	<code>return {1, 1, 3}</code>	

**Обяснение**

1.  $N = 3$  и  $A = \{0, 0, 1\}$  (което програмата Ви не знае).
2. Префиксът  $\{0\}$  има период 1.
3. Префиксът  $\{0, 0\}$  има период 1.
4. Префиксът  $\{0, 0, 1\}$  няма период 1.
5. Префиксът  $\{0, 0, 1\}$  няма период 2.
6. Префиксът  $\{0, 0, 1\}$  има период 3.
7. Минималните периоди на префиксите са  $\{1, 1, 3\}$ .

Решението връща правилния отговор за  $Q = 5$  заявки.

Тук обаче  $T = 2$ , т.е. решението би получило само около 28% от точките за теста.