АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА

ТРИМИНО

Лесно се съобразява, че въведената таблица задава правилно покритие на правоъгълното поле с фигурки тримино тогава и само тогава, когато са изпълнени следните две условия:

1. Числото 0 се среща в таблицата точно *(M\*N) mod 3* пъти, а всяко от числата от 1 до *(M\*N)/ 3* – точно по 3 пъти.
2. За всяко число от 1 до *(M\*N) div 3* единичните квадратчета, в които това число се среща, образуват тримино.

Нека са дадени три единични квадратчета с координати (ред и стълб, определящи мястото на квадратчето в правоъгълното поле) *(i1, j1)*, *(i2, j2)* и *(i3, j3)*. В сила е следното твърдение:

Необходио и достатъчно условие тези три квадратчета да образуват тримино е изпълнението на равенството (|*i1* - *i2*| + |*j1* - *j2*|) + (|*i1* – *i3*| + |*j1* – *j3*|) + (|*i2* – *i3*| + |*j2* – *j3*|) = 4.

Доказателството е тривиално – трябва да се съобрази, че 4 може да се представи като сума от три положителни цели числа по един от следните начини: 4=1+1+2, 4=1+2+1, 4=2+1+1. За всяка от двете фигурки тримино лесно се вижда, че условието е изпълнено. Обратно, нека условието е изпълнено за фигура, състояща се от три единични квадратчета. Изразите в скобите задават манхатъновото разстояние между всеки две квадратчета от фигурата. Това растояние е равно на 1 тогава и само тогава, когато две квадратчета са съседни. От представянията на 4 като сума на три цели положителни числа се вижда, че за всеки три единични квадрачета, които удовлетворяват условието от твърдението е изпълнено: едно от квадратчетата има общи страни с другите две, а те нямат обща страна помежду си. Това са точно двете фигурки тримино.

Реализацията на тази идея изисква умело боравене с масиви (или още по-добре с вектори, както е в авторовото решение). Нека за всяка стойност, която се среща в таблицата (тези стойности могат да са от 0 и максимум до (M\*N)/3) имаме вектор, който съдържа двойките координати на всички квадратчета, в които тази стойност е записана. Това може да се постигне като декларираме вектор от вектори: индексите в „главния“ вектор са стойностите на квадратчетата, а всеки ред в този „главен“ вектор е вектор, който съдържа списък от двойки цели числа – координатите на квадратчетата, които имат такава стойност.

Тогава необходимото и достатъчно условие покритието с фигурки да бъде правилно покритие с тримино е:

* За всички стойности (вкл. 0) размерността на вектора, съдържащ координатите на квадратчетата с дадена стойност, не надхвърля 3.
* За всяка стойност от 1 до *(M\*N)/3* размерността на вектора, съдържащ координатите на квадратчетата с тази стойност е точно 3.
* За всяка стойност от 1 до *(M\*N)/3* се изпълнява необходимото и достатъчно условие за координатите на квадратчетата, които я съдържат, дадено по-горе.

Решение, реализиращо тази идея, се съдържа във файла **trimino.cpp.**

Задачата може да бъде решена за 100 точки и без толкова „хитра“ идея за проверка дали три клетки, съдържащи еднакви числа, образуват тримино.

Отново трябва да се проверяват първите две необходими и достатъчни условия, т.е.

* За всички стойности (вкл. 0) размерността на вектора, съдържащ координатите на квадратчетата с дадена стойност, не надхвърля 3.
* За всяка стойност от 1 до *(M\*N)/3* размерността на вектора, съдържащ координатите на квадратчетата с тази стойност е точно 3.

След това може да се направи един обход на таблицата отляво надясно и отгоре надолу, като се поддържа и една допълнителна таблица, в която се слага индикация дали дадено квадратче вече е включено в тримино. Попадайки в квадратче с координати (*u,v*), което все още не е включено в тримино и съдържа число, различно от 0, се прави проверка дали някоя от тройките квадратчета {(*u,v*), (*u,v+1*),(*u,v+2*)}, {(*u,v*), (*u+1,v*),(*u+2,v*)}, {(*u,v*), (*u,v+1*),(*u+1,v+1*)}, {(*u,v*), (*u+1,v*),(*u+1,v-1*)}, {(*u,v*), (*u+1,v*),(*u+1,v+1*)}, {(*u,v*), (*u+1,v*),(*u,v+1*)}образува тримино, т.е. съдържат еднакви числа. Ако да, то с това квадратче и с тези две, с които образува тримино, всичко е наред – маркираме ги и продължаваме със следващото немаркирано квадратче, което съдържа число по-голямо от 0. Ако всички квадратчета се окажат включени в тримино, то покритието е правилно.

*Автор: Руско Шиков*