

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ПЕРМУТАЦИИ

Решение, което генерира всички пермутации в лексикографски ред и проверяра, кои от тях са инволюции, ще реши най-много един-два теста в рамките на определеното време.

Инволюциите могат да се дефинират и като пермутации, в които няма цикли с дължина по-голяма от 2. Всеки цикъл с дължина 1 представлява фиксирана точка, а циклите с дължина 2 са транспозиции (разместване местата на два елемента).

Нека $c[n]$ е броят на инволюциите на числата 1, 2, ..., n .

Тогава

$$c[1]=1, c[2]=2 \text{ и } c[n] = c[n-1] + (n-1).c[n-2] \text{ при } n > 2.$$

За да е в сила рекурентната формула и при $n = 2$, дефинираме $c[0]=1$.

Още информация за броя на инволюциите може да бъде намерена в:

<http://mathworld.wolfram.com/PermutationInvolution.html>

и

<https://oeis.org/A000085>

Ясно е, че в списъка от лексикографски подредени инволюции първо ще бъдат пермутациите, започващи с 1, след това започващите с 2, започващите с 3, ... и най-накрая ще бъдат започващите с n :

инволюции	брой
1 1 ...	$c[n-1]$
2 1 2 1 ...	$c[n-2]$
3 . 1 3 . 1 ...	$c[n-2]$
...	
$n \dots 1$... $n \dots 1$	$c[n-2]$

Всяка инволюция може да се получи от основната пермутация 1, 2, ..., n посредством нула или повече транспозиции. В авторското решение

транспозициите, които трябва да се приложат за получаването на k -тата инволюция се запомнят във вектор и накрая от транспозициите се построява самата пермутация.

Ако $k \leq c[n-1]$, търсената пермутация е в първата група. В противен случай определяме в коя от останалите групи попада k -тата инволюция и запомняме транспозицията, в която участва първият елемент. Пресмятаме номера на търсената пермутация в рамките на групата, отстраняваме елементите, участвали в транспозицията и рекурсивно търсим k -тата инволюция от неизползваните досега елементи.

Накрая построяваме търсената пермутация, прилагайки върху основната пермутация запомнените транспозиции.

Ограничението $n \leq 30$ позволява променливата k и масивът $c[]$ да бъдат от тип `long long`.

В следващата таблица са представени стойностите на $c[n]$, както и стойностите n и k за тестовите примери.

<i>месм</i>	<i>n</i>	<i>k</i>	<i>c[n]</i>
	0		1
	1		1
	2		2
	3		4
	4		10
0	5	20	26
	6		76
	7		232
	8		764
	9		2620
	10		9496
1	11	34567	35696
2	12	54689	140152
3	13	390024	568504
4	14	2345678	2390480
5	15	2390482	10349536
6	16	12345678	46206736
7	17	211799312	211799312
8	18	987654321	997313824
9	19	4123456789	4809701440
10	20	20000000000	23758664096
11	21	112233445566	119952692896
12	22	616161616161	618884638912
13	23	1234567890123	3257843882624
14	24	12345671234567	17492190577600
15	25	77665544332211	95680443760576
16	26	532532532532532	532985208200576
17	27	1111222233334444	3020676745975552
18	28	17171717171717171	17411277367391104
19	29	100212345678876543	101990226254706560
20	30	123456789123456789	606917269909048576

Автор: Стоян Капралов