

# XXXII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Национален кръг  
Хасково, 22 – 25 април 2016 г.  
Група АВ, 9 – 12 клас, Ден 1

## Задача АВ1. ПРЕНОМЕРИРАНЕ

Автор: Руско Шиков

Пред професор Оптимизоров е поставена сложна оптимизационна задача. В рамките на един проект трябва да бъдат изпълнени  $N$  задачи, номерирани с числата от 1 до  $N$ , като последователността на изпълнението им се определя от ориентиран, ацикличен граф. По-точно, номерата на задачите са разположени във върховете на ориентиран, ацикличен граф и, ако задачи с номера  $u$  и  $v$  са свързани с ребро, ориентирано от  $u$  към  $v$ , това означава, че задача с номер  $u$  трябва да бъде изпълнена преди задача с номер  $v$  (задачата с номер  $u$  ще наричаме **предшественик** на задачата с номер  $v$ , а задачата с номер  $v$  – **наследник** на задачата с номер  $u$ ). От тук следва, че към изпълнението на дадена задача може да се пристъпи тогава, когато са изпълнени всичките ѝ предшественици. Няма да се спираме на същността на оптимизационната задача, нито на страхотния алгоритъм за решаването ѝ, измислен от професора, а само ще кажем, че този алгоритъм изисквал преномериране на върховете на графа (отново с числата от 1 до  $N$ ) по много специален начин. Следва неговото обяснение.

*Определение:* Нека са дадени две числови редици  $F = (f_1, f_2, \dots, f_p)$  и  $Q = (q_1, q_2, \dots, q_r)$ . Ако  $p = 0$  или  $r = 0$ , то съответната редица е празна. Ще казваме, че редицата  $F$  лексикографски е по-малка от редицата  $Q$ , ако съществува такова  $i$ , че за всички  $1 \leq j < i$  е изпълнено  $f_j = q_j$  и  $f_i < q_i$  или, ако  $p < r$  и  $f_j = q_j$  за всяко  $1 \leq j \leq p$ . Ясно е, че лексикографски най-малка се явява празната редица.

Нека си представим, че след преномерирането на всеки връх на графа е съпоставена редица от новите номера на всичките му наследници, подредени в **намаляващ** ред. Такава редица да наречем „наследствена“. Новите номера трябва да бъдат такива, че един връх да има нов номер, по-малък от новия номер на друг връх, тогава и само тогава, когато наследствената му редица е лексикографски по-малка от наследствената редица на другия връх. Ако двата върха имат едно и също множество от наследници, по-малък нов номер трябва да има връхът с по-малък стар номер.

Помогнете на професора, като напишете програма **renum**, която извършва описаното преномериране на върховете на графа.

### Вход

От първия ред на стандартния вход се въвеждат две цели положителни числа  $N$  и  $M$ , разделени с интервал – съответно брой на върховете и брой на ребрата в графа.

Следват  $M$  реда, всеки от които съдържа по две цели положителни числа, разделени с интервал – начален и краен връх на поредното ребро.

### Изход

Вашата програма трябва да изведе  $N$  реда, на всеки от които има по две цели положителни числа, разделени с един интервал – първото число е старият номер на върха, а второто – новият. Редовете трябва да са сортирани в нарастващ ред по старите номера на върховете.

*Бележка:* Ако се понапънете малко, ще съобразите, че решението е единствено.

### Ограничения

$$2 \leq N \leq 100\,000$$

$$2 \leq M \leq 1\,000\,000$$

В 20% от тестовете ( $N \leq 200$ ,  $M \leq 200$ ).

# XXXII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

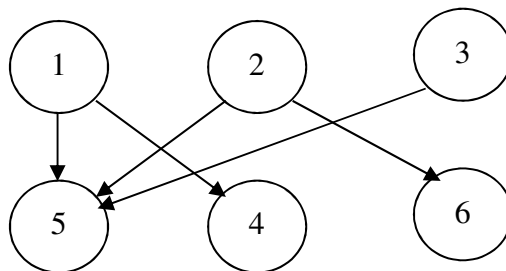
Национален кръг  
Хасково, 22 – 25 април 2016 г.  
Група АВ, 9 – 12 клас, Ден 1

## Пример

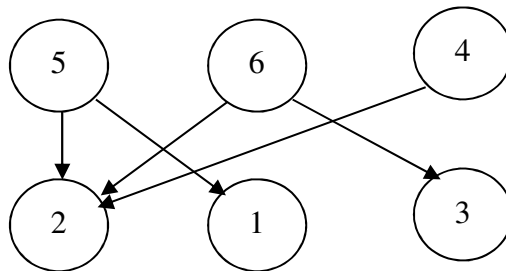
Вход	Изход
6 5	1 5
1 5	2 6
2 5	3 4
3 5	4 1
1 4	5 2
2 6	6 3

### Обяснение на примера:

Граф преди преномерирането:



Граф след преномерирането:



Наследствените редици на върхове с нови номера 1, 2 и 3 са празни и, поради тази причина, те са получили първите три номера. Кой какъв номер да получи е било определено от стария му номер. Наследствените редици на върхове с нови номера 4, 5 и 6 са съответно {2}, {2, 1} и {3, 2}, което определя и получените от тях номера.