АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
СУЕВЕРНИ ЧЕРНИ КОТКИ

Задачата се свежда до намиране на максимален поток в граф.

Нека построим ориентирания граф G(V, E) с върхове $V=\{v_{ij}\}\cup\{s_{ij}\}\cup\{t_{ij}\}$, където на всяка клетка от поляната с координати (i, j) съответства връх v_{ij}, на всяка клетка, в която в началното състояние има котка, съответства допълнителен връх източник s_{ij}, и на всяка крайна клетка съответства допълнителен връх приемник t_{ij}.

Нека ребрата на графа са $E=E_v\cup E_s\cup E_t$, където $E_v=\{(v_{ij}, v_{kl})\}$ за всеки два върха (v_{ij}, v_{kl}), които съответстват на съседни клетки (тоест, $|i-k|+|j-l|=1$) и където s_{kl} не съществува (тоест, в клетка (k,l) няма котка в началната позиция), $E_s=\{(s_{ij}, v_{ij})\}$ за всеки източник s_{ij}, и $E_t=\{(v_{ij}, t_{ij}\})$ за всеки приемник t_{ij}. Нека капацитетите на всички ребра са 1. За да моделираме условието, че котките не могат да пресичат пътищата си, тоест, че потоците в графа G не могат да се пресичат, нека всички върхове v_{ij} да са с капацитет 1. В програмното решение капацитетите на върховете са отстранени със стандартната за това техника, в която всеки връх с капацитет v_{ij} се заменя от два върха v'_{ij} и v''_{ij} с ребро между тях с капацитет 1. Също така, многото източници и приемници са заменени с един такъв, от/към когото са добавени ребра с капацитет 1.

Очевидно е, че всеки поток в така конструирания граф G е еквивалентен на план за измъкване на котки от поляната, като всеки подпоток от източник s_{ij} до приемник t_{kl} задава пътя на котка, която започва в клетка (i, j) и завършва в крайна клетка (k, l). По този начин, всеки максимален поток в G съответства на решение на задачата, като търсеният максимален брой на котки, които могат да се измъкнат, е просто размера на максималния поток.

Задачата за намиране на максимален поток в насочен граф е добре позната, и има полиномиални решения. В предложеното програмно решение е реализиран алгоритъмът на Форд-Фулкерсон, чиято сложност е $O(|E|f)$, тъй като в случая f, размерът на максималния поток (най-големият брой измъкнали се котки) е равен на броя на клетките по периметъра, който е $\sim 2*(N+M)-1=O(N+M)$. Което прави сложността $O(N*M*(N+M))$. При ограничението $1\leq N, M\leq 30$, алгоритъмът работи в разумно време.

Автор: Георги Пеев