Анализ на задача sequence

Очевидно елементи след най-големия r, подаден в заявка, няма да ни интересуват, така че от тук нататък ще приемем, че не говорим за безкрайна редица, а същата, генерирана от индекс 1 до индекс $\max r$.

Подзадачи 1 и 2

За първа подзадача е достатъчно наивно да генерираме нужните числа и да намираме сумата за всяка заявка в $O(n)$ време. Втората подзадача иска заявката да се оптимизира до $O(1)$ чрез префиксни суми.

В следващите подзадачи ще е полезна следната идея: да търсим сумата на елементи в интервала $[l, r]$ е еквивалентно на да търсим сумата на елементите в интервала $[1, x]$. Това е така, защото $\sum_{i=l}^{r} a_i = \sum_{i=1}^{r} a_i - \sum_{i=1}^{l-1} a_i$, тоест да решим задачата за $[1, l-1]$ и $[1, r]$ е еквивалентно като да я решим за $[l, r]$.

Подзадача 3

За да продължим със задачата, трябва да се възползваме от всичките ни предоставени условия – дадената редица не е каквато и да е, а добре дефинирана и конкретна. Водейки се по условието е интуитивно да я разделим на блокове от типа $1, 2, 3 \cdots (n-1), n, (n-1) \cdots 3, 2, 1$. Всеки така дефиниран блок има сума $(1+2+3+\cdots+(n-1)+n)+((n-1)+(n-2)+\cdots+3+2+1) = \frac{n\times(n+1)}{2} + \frac{n\times(n-1)}{2} = n^2$. Това уравнение ни предоставя удобен начин да прескочим $2n-1$ на брой елемента от редицата за n нарастващо с 1. Ако наивно прилагаме тази идея можем да получим отговор на заявка за сумата в интервал $[1, a]$ за $O(\sqrt{a})$ време.

Подзадача 4

Можем да ускорим отговорът на заявките от миналата подзадача като предварително изчислим сумите на блоковете за $n = 1, 2 \cdots \sqrt{\max r}$. В тази подзадача $\sqrt{\max r} \leq 10^6$. Сега във всяка заявка трябва да направим двоично търсене, което да открие кой е най-големият блок, който напълно се побира в заявката ни.

Подзадача 6

Префиксните суми от миналата подзадача отново не бяха най-оптималното решение на проблемът – те решаваха задачата "Каква е сумата на блоковете отговарящи на $n \leq \sqrt{\max r}$?" Както вече изяснихме сумата на елементите в един блок е n^2 – тоест префиксните суми ни помагаха в задачата "Каква е сумата на $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + [\sqrt{\max r}]^2$?" (тук $[x]$ означава "цялата част на x"). Това обаче очевидно е математическа задача, която има своето математическо решение: сумата на първите n квадратни числа е $\frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$. Всяка заявка отново се отговаря с едно двоично търсене, но премахнахме нуждата от предварително изчисляване, което ни ограничаваше r да е по-малко от 10^{12}.

Решението на подзадача 5 е изпуснато, защото тя беше дадена като допълнителен шанс на участниците да се разграничат един от друг, а не защото е съществена стъпка в достигането на пълното решение. Двоично търсене върху пълните блокове е достатъчно, за да решим подзадачата, с правилните проверки.

Анализ: Иван Лупов