



НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Областен кръг, 5 февруари 2024 г. Група Е, 4-5 клас

Задача Ех. Специален делител (Пояснение към решението)

Наивният подход, при който се прави проверка с двоен цикъл за всички делители, ще получи 42 т. В следния фрагмент се проверява за брой делители от порядъка на n :

```
int c=0;
for(int n=a;n<=b;n++)
    for(int d=2;d<n;d++)
        if(n%d==n/d) c++;
cout << c << endl;
```

По-бързо работеща програма, която да получи 100 т. съставяме чрез следните разсъждения: Когато d е специален делител, частното и остатъкът са равни на едно и също число k :

$$n = k \cdot d + k \quad (1)$$

Следва, че n има толкова специални делители, колкото възможни стойности има за k , за които v е сила горното равенство (1). За да определим за кои стойности на k е възможно горното равенство, първо забелязваме, че k трябва да дели n . Освен това, понеже k е равно на остатък от деление с делител d , трябва $k < d$. От (1) следва, че $n/k = d + 1$ и оттук $k + 1 < n/k$, което е същото като $k \cdot (k + 1) < n$.

Така трябва да търсим колко са на брой целите числа $k \geq 1$, за които $k \cdot (k + 1) < n$ и k да дели n . Това е реализирано чрез:

```
int c=0;
for(int n=a;n<=b;n++)
    for(int k=1;k*(k+1)<n;k++)
        if(n%k==0) c++;
cout << c << endl;
```

Бързодействието на програмата се обяснява с бързото нарастване на стойностите на произведението $k \cdot (k + 1)$.

Емил Келеведжиев