

Тагове	На пълното решение	На частичните решения
	Динамично оптимизиране Комбинаторика	Пълно изчерпване

Анализ

Частични решения

Може да се напише пълно изчерпване сравнително лесно, което да изкара 21 точки. За третата подзадача може да се забележи, че всяка редица с дължина N и с числа от 1 до M изпълнява условията, т.е. отговорът е равен на M^N – за всеки елемент има избор от M стойности.

Решение за 100 точки

Намерете броя редици, спазващи еди какво си условие, по някакъв модул. Динамично?

Има няколко главни подхода, по които може да се мисли динамично за подобна задача:

- Първо фиксираме първия елемент от редицата, после втория, ..., накрая последния.
- Фиксирали сме временна редица, като вмъкваме някакъв елемент в нея.
- Фиксираме позициите на единиците, после на двойките, ..., накрая на M -ките.

Ако някой състезател се пробва да измисли решение, използвайки първите два подхода, той трудно би измислил някаква идея, минаваща подзадачите над пълното изчерпване. Нека разгледаме третата идея. Нека да фиксираме в редицата да има *ones* единици. Има C_N^{ones} начина да разположим единиците (трябва да изберем *ones* позиции от N , като няма значение реда им). Тогава може да си представим, че изтриваме единиците от редицата, като дължината ѝ става $N - ones$. Така продължаваме с „празна“ редица, като продължаваме с фиксирането на броя и позициите на двойките. Продължаваме по същия начин. Виждате ли стейта на динамичното? Нека той да е $dp[len][last]$, където len е броя на останалите свободни клетки в редицата, а $last$ е последната фиксирана стойност. Тогава фиксираме броя на елементи равни на $last+1$ в редицата, като техния брой може да е от 0 до K . По-формално, $dp[len][last] = \sum_{i=0}^{\min(K, len)} dp[len - i][last + 1] \times C_{len}^i$. Може да пресметнем комбинациите чрез триъгълника на Паскал за $O(K^2)$ или да се възползваме от това, че модула е просто число и използвайки Малката теорема на Ферма, да ги пресметнем за $O(K \log_2 K)$. Смятаме динамичното и изкарваме 100 точки ☺.

Постигната сложност: $O(NMK)$

Имплементация: `sequences_100p.cpp`

П.П: Има *overkill*-ове за $O(NM^2K^2)$ и $O(NM^2K)$ сложности, които не видях смисъл да ги обяснявам в анализа. Пак реших, че ще е умесно да оставя подзадачи за тях.

Автор: Борис Михов