**АВТОРОВО ОБЯСНЕНИЕ**

**НА ЗАДАЧА НОВИ КОМПЮТРИ**

Как да намерим колко пъти се среща всяка от цифрите [0...9] в даден диапазон от последователни цели числа?

Този въпрос е съществен ако се налага да използваме метални цифри за номериране на къщи, врати на шкафчета, хотелски стаи и т.н. Трябва да намерим колко броя от всяка цифра да вземем, за да номерираме обектите, изброени по-горе.

Очевидното решение е да направим цикъл от първото до последното число, да преобразуваме текущия индекс в низ, да извлечем всяка една цифра и да я преброим в масив-брояч от 10 елемента. Програмата **elmcnt\_brute.cpp**, която реализира този алгоритъм, може да всеме около 30% от точките.

Въпросът е дали има по-добър алгоритъм, без да се налага да бъде преглеждан целия диапазон от цели числа.

Наблюдение:

Ако изследвания интервал е от цялото число 1 до 10n-1 то:

* Всяка една от цифрите от 1 до 9 се среща n\*10(n-1) пъти;
* Цифрата 0 се среща n\*10(n-1) - ((10n-1) / 9) пъти.

Например, ако n = 6, интервалът е от 1 до 106-1, което е 999 999:

• Всяка една от цифрите от 1 до 9 се среща 6\*105 = 600 000 пъти;

• Цифрата 0 се среща 6\*105 – (106-1)/9 = 600 000 - 111 111 = 488 889

Предложеният алгоритъм използва тези две формули. Подобно на brute force алгоритъма той итерира от първото до последното число на интервала от цели числа, но когато достигне число, което е степен на десет, той използва формулите, за да добави към броячите на цифри броя за пълен интервал от 1 до 9 или от 1 до 99 или от 1 до 999 и т.н.

Следва словестно описание на алгоритъма:

За N от левия край на интервала до десния край повтаряй

1. Преброй колко пъти се среща всяка цифра от текущото число. Бройката на всяка цифра натрупай в съответния елемент на масив-брояч от 10 елемента.

2. В Power запиши броя на нулите, с които завършва N

3. Ако Power>0, то

а) пресметни броя на девятките в Nines = 10^Power-1

б) ако N+Nines не надхвърля десния край на интервала, то

1.) във всеки елемент на масива брояч на цифрите прибави Power\*10^(Power-1)

2.) намали броя на нулите в брояча на нулите със стойността на Power

3.) запомни в Prefix стойността на N след отрязване на нулите от дясно

4.) За всяка цифра на числото Prefix, в съответния елемент на масива брояч се натрупва числото Nines.

5.) увеличи N със стойността на Nines

4. в противен случай край!

Пример: Колко пъти се среща всяка една от цифрите [0÷9] в интервала [786 ÷ 3021]:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| От | До | Стъпка | #цикли |
| 786 | 790 | 1 | 5 |
| 790 | 799 | 9 | 1 |
| 799 | 800 | 1 | 1 |
| 800 | 899 | 99 | 1 |
| 899 | 900 | 1 | 1 |
| 900 | 999 | 99 | 1 |
| 999 | 1000 | 1 | 1 |
| 1000 | 1999 | 999 | 1 |
| 1999 | 2000 | 1 | 1 |
| 2000 | 2999 | 999 | 1 |
| 2999 | 3000 | 1 | 1 |
| 3000 | 3010 | 1 | 10 |
| 3010 | 3019 | 9 | 1 |
| 3019 | 3021 | 1 | 2 |

Общо: 28 цикъла.

Без оптимизация са необходими 2235 цикъла.

Автор Пано Панов