

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Областен кръг
15 февруари 2020 г.
Група В, 9-10 клас

Задача В3. U-конгруентност

NU-редица наричаме всяка редица от N цели положителни числа, елементите на която не надвишават цялото положително число U . Означаваме такава редица с $a_{\langle N,U \rangle} = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$, където $1 \leq a_i \leq U$ са цели числа за всяко $1 \leq i \leq N$. Ще казваме, че две NU-редици $v_{\langle N_1,U_1 \rangle}$ и $w_{\langle N_2,U_2 \rangle}$ са U-конгруентни (и ще записваме $v \cong w$), ако са изпълнени следните три условия:

- $N_1 = N_2$;
- $U_1 = U_2 = U$;
- Съотношението между **всеки два** елемента в едната редица е точно същото, каквото е между съответните елементи в другата.

Ще изясним последното условие. Ако в редицата v разгледаме кои да е два елемента, например този на място i и този на място j , означени съответно с v_i и v_j , то:

- ако $v_i < v_j$, то за елементите на тези места в редицата w е в сила същото отношение: $w_i < w_j$;
- ако $v_i > v_j$, то $w_i > w_j$;
- ако $v_i = v_j$, то $w_i = w_j$.

За редиците $a_{\langle 4,10 \rangle} = \{3, 1, 7, 3\}$ и $b_{\langle 4,10 \rangle} = \{5, 2, 10, 5\}$ е изпълнено $a \cong b$: те са с еднакъв брой елементи, с еднаква горна граница и съотношението на кои да е два елемента от едната е същото, каквото между съответните елементи в другата.

Напротив, за $a_{\langle 4,10 \rangle} = \{3, 9, 7, 4\}$ и $b_{\langle 4,10 \rangle} = \{5, 9, 6, 7\}$ е изпълнено $a \not\cong b$: първите две условия са изпълнени, част от съотношенията са същите, но $a_3 > a_4$, докато $b_3 < b_4$. Наличието на поне едно нарушение на подредбата прави редиците неконгруентни.

Поради очевидните си свойства рефлексивност, симетричност и транзитивност, описаната релация „U-конгруентност“ разбива множеството на всички NU-редици при фиксирани N и U на непресичащи се семейства взаимно U-конгруентни редици. Можете да съобразите, че едно такова семейство може да е доста голямо. Нека броят на редиците в него е n и нека си представим редиците в това семейство, лексикографски нарастващо наредени и номерирани от 1. „Средна редица“ в семейството ще наричаме редицата, която се намира на място $[(n+1)/2]$, т.е. „в средата“ на списъка (тук $[x]$ означава „цялата част на x “). Напишете програма **ucongruence**, която намира средната редица w в семейство редици, U-конгруентни на зададена редица v .

Вход

От стандартния вход се въвеждат:

- ред 1: целите положителни числа N и U , разделени с интервал;
- ред 2: N цели положителни числа, всяко не по-голямо от U , разделени с интервал, представляващи една NU-редица.

Изход

Програмата трябва да извежда на стандартния изход един ред, който съдържа N цели положителни числа, разделени с интервал: средната редица в семейството от NU-редици, U-конгруентни с въведената.

Ограничения

$N \leq 1\,000\,000$;

$U \leq 60$;

В 30% от тестовите примери $U \leq 30$.

Пример

Вход	Изход	Обяснение
4 26 4 6 6 4	8 17 17 8	Елементите в семейството са : $\{\{1, 2, 2, 1\}, \{1, 3, 3, 1\}, \{1, 4, 4, 1\}, \dots, \{1, 26, 26, 1\}, \{2, 3, 3, 2\}, \{2, 4, 4, 2\}, \dots, \{2, 26, 26, 2\}, \dots, \{24, 25, 25, 24\}, \{24, 26, 26, 24\}, \{25, 26, 26, 25\}\}$. Броят на елементите в него е $n=325$, средната редица е на място 163.