Анализ на решението на задача

Трамвайни маршрути

Тази задача спокойно може да бъде отнесена към класа „учебникарски“, що се отнася до теоретичната основа за решаването ѝ. В същото време техническата ѝ реализация не е много лесна.

Очевидно става въпрос за свързан, неориентиран граф, който трябва да бъде покрит с минимален брой пътища, такива, че по всяко ребро минава точно веднъж някой път. Това веднага навява мисли за Ойлеров цикъл или Ойлеров път, което пък от своя страна води до разглеждане на четността на върховете на графа.

Доста лесно може да се стигне до извода (а и този факт се среща на много места в литературата), че минималният брой търсени пътища е равен на K/2, където K е броят на върховете с нечетни степени. Както е известно, този брой е четен.

Доказателството е доста лесно: очевидно е, че всеки връх с нечетна степен трябва да бъде край на поне един такъв път. От тук следва, че броят на тези пътища е не по-малък от К/2. От друга страна, лесно може да се види, че графът може да бъде покрит с K/2 пътя, никои два от които нямат общо ребро. За целта нека разбием върховете с нечетни степени на двойки и всяка такава двойка направим краища на нови, фиктивни ребра. В новополучения граф всички върхове са с четни степени и следователно в него съществува Ойлеров цикъл. Ако построим такъв цикъл и след това минем по него, премахвайки фиктивните ребра, то ще получим точно K/2 участъка от Ойлеровия цикъл, които дават търсеното множество от пътища.

Добрата реализация на тази идея изисква две неща:

* Изпозване на бърз алгоритъм за построяване на Ойлеров цикъл (евентуално с използване на два стека) и такова представяне на графа, че операцията по премахване на обходен връх от списъците на съседство да се извършва за константно време;
* Изпозване на подходяща маркировка, така че да не се налага бавно търсене на фиктивните ребра, които трябва да бъдат премахнати от Ойлеровия цикъл.

*Автор: Руско Шиков*