

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ВИРУС

Решението за $N \leq 500$, с извеждане в коя кутия кои номера на проби ще се сложат.

Нека $N=8$. В таблицата на първия ред са номерата на пробите, а на втория ред под всяка проба ще нанесем в кои номера на кутии ще се сипе.

$K=8$ и $K=7$ са очевидни решения, но не са минимални.

Следващото K е 6. Трябва под всяка проба да сложим редица от числа, всяко между 1 и K и естествено – да няма съвпадащи редици, защото тогава не може да се определи еднозначно номера на заразената проба.

Примерно разпределение е следното:

проби	1	2	3	4	5	6	7	8
кутии	1	2	3	4	5	6	1, 2	

При само една оцветена кутия се вижда, че номерът и съвпада с номера на пробата. Ако тя е с номер 1, то вероятни са проба 1 и проба 7, обаче ако проба 7 е заразена, тогава и кутия 2 трябва да е оцветена – а тя не е. Аналогично ако оцветената е 2 – тогава пак отпада кутия 7, защото в кутия 1 също има проба от 7, но 1 не е оцветена.

Ако оцветените кутии са 2, то това може да са само кутии 1 и 2, т.е. заразената кутия е с номер 7. Ако нито една кутия не е оцветена – остава да е заразена само проба 8.

При $K=5$ нека направим следното разпределение:

проби	1	2	3	4	5	6	7	8
кутии	1	2	3	4	5	1, 2	3, 4	

При $K=4$:

проби	1	2	3	4	5	6	7	8
кутии	1	2	3	4	1,2	3,4	1,4	

При $K=3$:

проби	1	2	3	4	5	6	7	8
кутии	1	2	3	1,2	1,3	2,3	1,2,3	

При $K=2$ кутиите не стигат ☹ :

проби	1	2	3	4	5	6	7	8
кутии	1	2	1,2					

Минималното K в случая е 3, остава да се определи K .

Ако разгледаме двоичното представяне на 8, то е:

Двоично	000	001	010	011	100	101	110	111
---------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Дължината /заедно с водещите нули/ е 3. Всяка кутия е или 0 /неоцветена/ или 1 – ако е оцветена. По номера на кутията и стойността на цвета, веднага можем да определим номера на пробата. Например нека кутия 1 е с цвят 1, кутия 2 – с цвят 0 и кутия 3 – с цвят 1, Това прави числото 101, което в десетична бройна система е 5.

Т.е. в кутия 1 ще поставим проби от всички кутии, в чиито двоичен запис на номера им нулата е на първо място, в кутия 2 ще поставим пробите на които в двоичния запис нулата е по средата и в кутия 3- тези проби, в чиито двоичен запис на номера им нулата е последна.

Получава се следната таблица:

проби	1	2	3	4	5	6	7	8
Двоично	000	001	010	011	100	101	110	111
кутии	1,2,3	1,2	1,3	1	2,3	2	3	

На мястото на номерата на оцветените кутии ако поставим 0, а на другите места 1 и преобразуваме двоичното число в десетично, ще получим номера на заразената проба, но намален с 1. От примера преди малко само втората кутия беше неоцветена и се получи двоичното число $101_2=5_{10}$, но понеже започнахме от кутия 1 с 000_2 , трябва да прибавим 1 към числото 5_{10} , за да получим номера 6 на заразената кутия.

От връзката с двоичното представяне на N е ясно, че $K = \log_2(N)$.

След като се намери K, задачата при $N \leq 500$, може да се реши също и с генериране на всички комбинации C_K^1, C_K^2, \dots докато броят на комбинациите не стане равен на N-1.

За N=6 генерирането е:

проби	1	2	3	4	5	6
кутии	1	2	3	1,2	1,3	

За $N > 500$ се извежда само намереното по формулата K.

Автор: Павел Петров