

АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ЕГИПЕТСКИ ДРОБИ

Напишете програма **egypt**, която по дадена стойност на z (цяло положително число), намира всички целочислени решения на уравнението $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$, за които $1 < x < y$.

Лема 1: Ако $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ и $x < y$, то $z < x < 2z$.

Доказателство:

Ако $x \leq z$, то $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{z}$, откъдето $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > \frac{1}{z}$ – противоречие.

Ако $2z \leq x < y$, то $\frac{1}{2z} \geq \frac{1}{x} > \frac{1}{y}$, откъдето $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < \frac{1}{z}$ – противоречие.

Лема 2: Ако $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$ и $z < x < 2z$, то $1 < x < y$.

Доказателство:

Ако $y \leq x < 2z$, то $\frac{1}{y} \geq \frac{1}{x} > \frac{1}{2z}$, откъдето $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > \frac{1}{z}$ – противоречие.

От Лема 1 следва, че е достатъчно с един цикъл да проверим кои стойности на x от интервала $(z, 2z)$ водят до решение. За всяко x еднозначно се определя y и ако се окаже, че y е цяло число, това е поредното решение, защото от Лема 2 следва, че $x < y$.

Полученото решение е със сложност $O(z)$, което е напълно удовлетворително при $z < 1000$.

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{ int z;
  cin >> z;

  for(int x = z+1; x<2*z; x++)
  { // намираме 1/y = 1/z - 1/x = p/q
    int p=(x-z); // числител
    int q=x*z; // знаменател
    if(q%p==0) // y = q/p трябва да е цяло число
      cout << x << " " << q/p << endl;
  }

  return 0;
}
```

Автор: Донка Капралова