



XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 20 декември 2025 г.

Група А – 11, 12 клас

Задача А1. БЕЛОТ

🕒 1.5 сек. 💾 1024 MB

Никола и неговите приятели се събрали наскоро на олимпийска среща. По едно време започнало да се обсъжда главно това кой е по-добър на играта белот. Никола твърдял, че той е най-добър, но други оспорвали това. Общо имало N приятели, които ще асоциираме с числата от 1 до N . Те решили да проведат M игри на белот през следващите N дни, като във всяка игра ще участват точно двама от тях¹. Ще представяме всяка игра като наредена двойка (x_i, y_i) , $1 \leq x_i < y_i \leq N$.

През ден a ($1 \leq a \leq N$) приятел a ще изиграе останалите игри, в които е включен (няма да се повтарят игри). Оказало се, че може да се наложи провеждането и на допълнителни игри. По-точно, ако в ден a , приятел a участва в игра (a, b) , $a < b$, както и в игра (a, c) , $a < c$, $c \neq b$, то трябва да има и игра в някой от следващите дни с участието на приятели b и c , за да се сравнят помежду си и те. Забележете, че не е задължително (a, b) и (a, c) да са от началните игри. Това може да направи общия брой игри доста голям, затова напишете програма **belote**, която намира този брой.

Вход

От първия ред на стандартния вход се въвеждат целите числа N и M – броят на приятелите и началният брой предвидени игри. От следващите M реда се въвеждат по две цели числа x_i, y_i , които задават игра с участието на приятели x_i и y_i ($x_i < y_i$). Гарантирано е, че няма дублиращи се игри.

Изход

Отпечатайте едно самотно число равно на общия брой игри, които ще трябва да се изиграят.

Ограничения

- $1 \leq N, M \leq 100\,000$

Подзадачи

Подзадача	Точки	Необходимите подзадачи	N	Други ограничения
0	0	—	—	Примерът.
1	20	0	≤ 100	—
2	30	0 – 1	$\leq 3\,500$	—
3	5	0 – 2	$\leq 5\,000$	—
4	10	0 – 3	$\leq 50\,000$	—
5	15	—	$\leq 100\,000$	За всяко $1 \leq k \leq N$ има най-много една начална игра с (x_i, y_i) , за която $y_i = k$.
6	20	0 – 5	$\leq 100\,000$	—

Точките за дадена подзадача се получават само ако се преминат успешно всички тестове, предвидени за нея и необходимите подзадачи.

¹ Може да считате, че играят версията на белот за двама играчи, а не нормалната за четирима играчи.



XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 20 декември 2025 г.

Група А – 11, 12 клас

Пример

Вход	Изход	Обяснение на примера
9 8 2 5 2 6 2 7 1 2 1 3 4 8 4 7 7 8	15	Игрите по дни са следните, като редът в даден ден не е от значение: • ден 1: (1, 2), (1, 3) (това предизвиква допълнителна игра между приятели 2 и 3) • ден 2: (2, 3), (2, 5), (2, 6), (2, 7) (това предизвиква допълнителни игри между приятели 3 и 5, 3 и 6, 3 и 7, 5 и 6, 5 и 7, 6 и 7) • ден 3: (3, 5), (3, 6), (3, 7) (няма нови допълнителни игри, забележете че не се повтарят отново игрите между приятели 3 и 1, 3 и 2) • ден 4: (4, 7), (4, 8) (няма нови допълнителни игри) • ден 5: (5, 6), (5, 7) (няма нови допълнителни игри) • ден 6: (6, 7) • ден 7: (7, 8) • ден 8: няма останали игри с приятел 8 • ден 9: няма игри с приятел 9. Допълнителните игри, които се изиграват са (2, 3), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (5, 6), (5, 7) и (6, 7). Забележете, че макар да имаме игрите с (6, 7) и (7, 8) това не предизвиква игра с (6, 8), защото първата игра се изиграва през ден 6, а втората игра през ден 7.



XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 20 декември 2025 г.

Група А – 11, 12 клас

Задача А2. ИЗБОРИ

🕒 0.4 сек. 💾 1024 MB

В Сашкаландия има N граждани, номерирани с числата от 1 до N , като всеки от тях може да гласува. В държавата има няколко партии, всяка от които има номер измежду числата от 1 до N . Гражданинът с номер i би гласувал единствено за партията с номер P_i .

Сашка е изключително влиятелна фигура в Сашкаландия. Заради това всеки поданик на държавата се консултира с нея дали да гласува за предпочитаната от него партия или да пропусне изборите, като винаги следва съвета ѝ.

Така Сашка започнала да се пита следния въпрос – по колко различни начина може да проведе консултациите, така че партията с най-много гласове да е спечелила мнозинството от народния вот?

Формално: колко непразни подредици² на $P_1, P_2, \dots, P_N$ имат мажорант³?

Тъй като този брой може да бъде много голям, Сашка се интересува единствено от остатъка му по модул $10^9 + 7$. Като дясната ръка на Сашка, напишете програма **elections**, която го изчислява.

Бележка

Понеже $10^9 + 7$ е просто число, то от следствие на малката теорема на Ферма следва, че $x^{10^9+6} \equiv 1 \pmod{10^9+7}$ за всяко цяло x , неделящо се на $10^9 + 7$.

Може да използвате следното приложение на този факт, а именно, че за всяко цяло число x , неделящо се на $10^9 + 7$, съществува **обратен елемент**, означен с x^{-1} , такъв че $x^{-1} \equiv x^{10^9+5} \pmod{10^9+7}$ и $x^{-1} \cdot x \equiv 1 \pmod{10^9+7}$. Казано неформално, може да се дели по модул $10^9 + 7$.

Вход

На един ред на стандартния вход е дадено цялото число N . На втория ред са дадени N числа, съответно $P_1, P_2, \dots, P_N$.

Изход

На стандартния изход отпечатайте на един самотен ред отговора.

Ограничения

- $1 \leq N \leq 2 \cdot 10^6$
- $1 \leq P_i \leq N$

²Непразна подредица на редица P е непразна редица, получена чрез изтриване на няколко елемента от P като се запазва реда на останалите.

³Елемент на редицата, който се среща стриктно повече пъти от половината от дължината на редицата.



XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 20 декември 2025 г.

Група А – 11, 12 клас

Подзадачи

Подзадача	Точки	Необходими подзадачи	N	Други ограничения
0	0	—	—	Примерните тестове.
1	10	0	≤ 20	—
2	15	—	$\leq 10^5$	$P_i \leq 2$
3	15	—	$\leq 10^5$	Всяка партия има до двама гласоподавателя.
4	25	0 – 1	$\leq 10^3$	—
5	25	0 – 4	$\leq 10^5$	—
6	10	0 – 5	$\leq 2 \cdot 10^6$	—

Точките за дадена подзадача се получават само ако се преминат успешно всички тестове, предвидени за нея и необходимите подзадачи.

Примери

Вход	Изход	Обяснение на примера
3 2 1 2	5	Изборите, изпълняващи условията, са от граждани със следните номера: • {1} • {2} • {3} • {1, 3} • {1, 2, 3}
8 1 3 4 3 3 2 3 1	104	Едни примерни избори, следващи условието, биха били от гласуващи граждани с номера {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, защото партия 3 би имала 4 гласоподавателя, което е повече от $\frac{7}{2} = 3.5$. От друга страна, изборите, в които всички граждани гласуват, нямат мажорираща партия, защото всяка една от тях би имала до $\frac{8}{2} = 4$ гласоподавателя.



XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 20 декември 2025 г.

Група А – 11, 12 клас

Задача А3. МАТРИЦА

🕒 0.6 сек. 💾 1024 MB

Дадена е матрица (таблица) A с N реда и M колони, съдържаща единствено числата 0 и 1. Редовете и колоните на A са номерирани, започвайки от 0, и стойността на клетката в i -тия ред и j -тата колона е $A_{i,j}$. От нея е образувана по-голяма матрица B чрез долепяне, като матрицата A се повтаря в $N \cdot R$ реда и $M \cdot C$ колони. Формално, $B_{i,j} = A_{(i \bmod N), (j \bmod M)}$ за $0 \leq i < N \cdot R$, $0 \leq j < M \cdot C$, при следване на аналогичните на горните означения.

Ще наричаме **правоъгълник** в B такова множество от клетки, което може да се опише чрез избор на два индекса r_1 и r_2 с $0 \leq r_1 \leq r_2 < N \cdot R$ и два индекса c_1 и c_2 с $0 \leq c_1 \leq c_2 < M \cdot C$, така че правоъгълникът съдържа всички клетки, чиито редове са между r_1 и r_2 и чиито колони са между c_1 и c_2 . Напишете програма **matrix**, която намира максималната площ (брой клетки) на правоъгълник в B , съставен единствено от клетки със стойност 1.

Вход

На първия ред са дадени четири цели числа N, M, R, C . На следващите N реда е дадена матрицата A – по M символа '0' или '1' на ред.

Изход

На стандартния изход изведете едно цяло число – търсената максимална площ.

Ограничения

- $1 \leq N, M \leq 2000$
- $1 \leq R, C \leq 10^6$

Подзадачи

Подзадача	Точки	Необходимы подзадачи	N, M	Други ограничения
0	0	—	—	Примерът.
1	10	—	$N = 1$	$R = C = 1$
2	5	1	$N = 1$	$R = 1$
3	5	1	$N = 1$	$C = 1$
4	10	—	$N, M \leq 20$	$R = C = 1$
5	15	4	$N, M \leq 60$	$R = C = 1$
6	15	4 – 5	$N, M \leq 300$	$R = C = 1$
7	10	1, 4 – 6	$N, M \leq 2000$	$R = C = 1$
8	30	0 – 7	$N, M \leq 2000$	—

Точките за дадена подзадача се получават само ако се преминат успешно всички тестове, предвидени за нея и необходимите подзадачи.



XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 20 декември 2025 г.

Група А – 11, 12 клас

Пример

Вход	Изход	Обяснение на примера
3 4 2 3 0110 1111 0101	12	Матрицата B има $N \cdot R = 6$ реда и $M \cdot C = 12$ колони и изглежда по следния начин: 011001100110 111111111111 010101010101 011001100110 111111111111 010101010101 Един от правоъгълниците с максимална площ е с удебелен шрифт.