



# XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

## Задача В1. КОЛЕДА

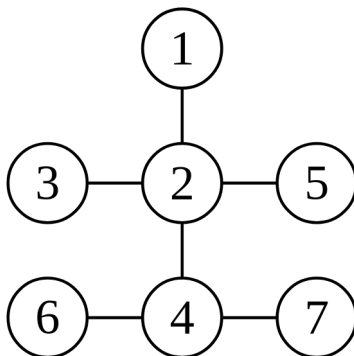
🕒 0.4 сек. 📄 256 MB

Автор: Иван Лупов

Коледният дух не е пропуснал дома на Мария, където днес тя се е заела да украсява коледната елха. Коледната елха представлява свързан граф  $G$  с  $n$  върха и  $n - 1$  ребра без цикли (с други думи, напълно нормално дърво).

Тя иска да постави едно коледно човече в дървото си – за него ще трябва да се отделят седем върха  $a, b, \dots, g$ , които изпълняват следните свойства:

- Върх  $a$  наричаме “глава” и има единствено дете *сред избраните върхове* – върх  $b$ .
- Върх  $b$  наричаме “гърди” и има три деца *сред избраните върхове* – върхове  $c, d, e$ .
- Върхове  $c$  и  $e$  наричаме “лява ръка” и “дясна ръка” и нямат деца *сред избраните върхове*.
- Върхове  $d$  наричаме “кръст” и има две деца *сред избраните върхове* – върхове  $f$  и  $g$ .
- Върхове  $f$  и  $g$  наричаме “ляв крак” и “десен крак” и нямат деца *сред избраните върхове*.
- Двойките  $(a, b)$ ,  $(b, c)$ ,  $(b, d)$ ,  $(b, e)$ ,  $(d, f)$  и  $(d, g)$  са ребра в дадения граф  $G$ .



Едно примерно човече в горния граф е  $(a, b, c, d, e, f, g) = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$ . Ако разменим лявата и дясната ръка на човечето, ще получим *различно* човече.

На Мария и е трудно да определи кои точно върхове да избере за коледното човече. Напишете програма **christmas**, която да определи колко опции има за поставянето му, по модул  $10^9 + 7$ . Две опции са различни, когато описващите ги седморки  $(a, b, c, d, e, f, g)$  са различни.

### Вход

На първия ред от стандартния вход се въвежда единствено число  $n$  – броя на върховете в дървото. На следващите  $n - 1$  реда се въвеждат по две числа  $u$  и  $v$ , описващи едно ребро в дървото.

### Изход

На единствения ред на стандартния изход изведете остатъкът при делението на броя на различните човечета на  $10^9 + 7$ .

### Ограничения

- Всички числа във входа са в интервала  $[1, 10^6]$ .
- Графът, даден на входа, няма цикли и е свързан.
- Първият тест е примерният, за останалите е в сила:  $n = k \times 10^{t-1}$  за тест номер  $t$  и някакво  $1 \leq k \leq 10$ .



# XLІ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

## Пример

Вход	Изход	Обяснение на примера
7 1 2 2 3 2 4 2 5 4 6 4 7	12	Това е примерът от условието. Едно примерно човече е $(a, b, c, d, e, f, g) = (3, 2, 5, 4, 1, 7, 6)$ .



# XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

## Задача В2. СУМА ОТ МИНИМУМИ

1 сек. 256 MB

Автор: Иван Лупов

За домашно Елена има задачата да разработи алгоритъм, който за дадена редица  $a_1, a_2, \dots, a_n$  да връща стойността на израза

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} \min(a_i, a_j)$$

Елена обаче е втори клас – тя все още няма понятие от алгоритми и редици, а в допълнение не знае какво значи символа за сума  $\sum$ .

Окажете помощ, като напишете програма **sumin**, която намира сумата от минимумите на всички двойки  $(a_i, a_j)$ , за които  $i < j$ .

### Вход

На първия ред от стандартния вход се въвежда  $n$  – броят на числата в редицата. От втория ред се въвеждат  $n$  числа – елементите на редицата  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

### Изход

На единствения ред от стандартния изход изведете единствено число – търсената сума.

### Ограничения

- $1 \leq n \leq 10^6$
- $1 \leq a_i \leq 10^9$  за всяко  $1 \leq i \leq n$
- В 30% от тестовете е изпълнено, че  $1 \leq n \leq 10^3$ .
- В други 30% от тестовете е изпълнено, че  $1 \leq a_i \leq 10^6$ .

### Пример

Вход	Изход
10 3 1 4 1 5 9 2 6 5 3	111



#### Задача В3. ДВУДЕЛЕН ГРАФ

⌚ 0.6 сек. 📁 256 MB

Автор: Иван Лупов

Яна не успя да измисли история за тази задача (дори с помощта на ChatGPT). Поради тази причина Вие ще получите проблема в грубата му, математическа формулировка.

Даден Ви е граф  $G$  с  $n$  върха и  $m$  ребра. Определете дали графът е двуделен. Ако не е такъв, изведете  $-1$ . В противен случай ще получите списък от  $q$  двойки  $(u_j, v_j)$ , описващи ребра. Добавяйки новите ребра едно по едно в реда, в който са подадени на входа, засечете първия момент, когато графът спира да бъде двуделен. Ако няма такъв момент, изведете  $-2$ .

Граф  $G$  наричаме “двуделен”, когато неговите върхове могат да бъдат оцветени в две цвята, такива че всяко ребро в графа свързва два върха, оцветени в различен цвят.

Напишете програма **bipartite**, която решава тази задача.

#### Вход

От първия ред на стандартния вход се въвеждат  $n$ ,  $m$  и  $q$  – броят на върховете в графа, броят на ребрата в оригиналния граф и броят на ребрата, които ще се добавят впоследствие към графа.

На всеки от следващите  $m$  реда се въвежда по една двойка  $(u_i, v_i)$  за  $1 \leq i \leq n$ , описваща ребро, присъстващо в оригиналния граф.

На всеки от следващите  $q$  реда се въвежда по една двойка  $(u_j, v_j)$  за  $1 \leq j \leq q$ , описваща ребро, което ще се добави към графа. Допълнителните ребра са въведени във входа *точно* в реда, в който ще бъдат добавяни в графа.

#### Изход

На единствения ред на стандартния изход изведете единствено число:

- $-1$ , ако въведеният граф не е двуделен преди изпълнението на каквито и да е добавяния на ребра.
- $-2$ , ако графът е двуделен и няма добавено ребро, което да развали двуделността му.
- $x$ , където  $x$  е индексът на реброто, чието добавяне в графа разваля двуделността му.

#### Ограничения

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$
- $1 \leq m, q \leq 4 \times 10^5$
- $1 \leq u_i, v_i, u_j, v_j \leq n$  за  $1 \leq i \leq m$  и  $1 \leq j \leq q$
- В графът може да има мултиребра и примки.
- В около 33% от тестовете  $q = 0$ .



# XLІ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

## Пример

Вход	Изход	Обяснение
3 3 0 1 2 1 3 2 3	-1	Доказуемо е, че описаният граф не е двуделен.
3 0 3 1 2 1 3 2 3	3	Добавянето на последното ребро разваля двуделността на графа.



# XLII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА

Общински кръг, 15 декември 2024 г.

Група В, 9 – 10 клас

Вход	Изход	Обяснение
8 5 6 1 5 5 1 6 7 2 4 2 7 6 8 8 2 4 3 3 7 6 2 4 6	5	<p>На илюстрацията отдолу е показан графът от примера. С 0 са означени ребрата, които оригинално са в графа. С положителни числа са означени ребрата, които се добавят впоследствие, в реда им на добавяне.</p>
8 4 5 1 3 2 7 8 5 4 6 3 7 2 5 4 5 6 8 8 1	-2	<p>Тук графът е двуделен през цялото време.</p>