НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА
Общински кръг, януари 2021 г.
Група В, 9-10 клас

Задача В2. Матрици

Нека **A** е матрица с размерност $m \times k$ (m реда и k колони), а **B** е матрица с размерност $k \times p$ (k реда и p колони). Елементите на **A** ще означаваме с a_{ij}, където i е номерът на реда ($1 \le i \le m$), а j е номерът на колоната ($1 \le j \le k$). Съответно елементите на **B** ще означаваме с b_{ij}. Забележете, че броят на колоните на **A** е равен на броя на редовете на **B.** Предполагаме, че елементите и на двете матрици са реални числа.

За такива две матрици се дефинира операцията произведение, като резултатът е матрица **C = A × B** с m реда и p колони, в която $c_{ij} = a_{i1}*b_{1j} + a_{i2}*b_{2j} + \ldots\ldots a_{ik}*b_{kj}$ ($1 \le i \le m$, $1 \le j \le p$). За изчисляването на всеки елемент на матрицата **C** се извършват k умножения на реални числа, което значи, че за получаването на цялата матрица **C** ще се извършат $m*p*k$ умножения на реални числа.

Ако са налице три матрици **A**, **B** и **C** с размерности $m \times k$, $k \times p$ и $p \times q$, то лесно се вижда, че **(A × B) × C = A × (B × C)**, което ни позволява да дефинираме произведението **A × B × C,** което ще бъде матрица с размерност $m \times q$, като резултатът не зависи от това дали първо ще умножим **A** по **B** и след това получената матрица ще умножим по **C** или първо ще умножим **B** по **C** и след това **A** ще умножим по получената матрица. Това свойство на умножението на матрици се нарича **асоциативност.**

По този начин можем да дефинираме произведение на произволен брой матрици $\mathbf{M_1} \times \mathbf{M_2} \times \ldots\ldots \times \mathbf{M_n}$ с размерности $R_0 \times R_1$, $R_1 \times R_2$, $R_2 \times R_3 \ldots\ldots$, $R_{n-1} \times R_n$ като свойството асоциативност ни гарантира, че резултатът ще бъде един и същ, независимо в какъв ред извършваме умножението.

Резултатът ще бъде един и същ, но броят на умноженията на реалните числа за получаването на този резултат може съществено да се различава. Да разгледаме следния пример:

Трябва да се намери произведението $\mathbf{M_1} \times \mathbf{M_2} \times \mathbf{M_3} \times \mathbf{M_4}$, където матриците $\mathbf{M_1}$, $\mathbf{M_2}$, $\mathbf{M_3}$ и $\mathbf{M_4}$ са съответно с размерности 10 × 20, 20 × 50, 50 × 1 и 1 × 100. Ако пресмятаме призведението в реда, определен от скоби, по следния начин $\mathbf{M_1} \times (\mathbf{M_2} \times (\mathbf{M_3} \times \mathbf{M_4}))$, то ще получим следния брой умножения на реални числа:

50*1*100 = 5000 - от $(\mathbf{M_3} \times \mathbf{M_4})$ + (получава се матрица с размерност 50 × 100)
20*50*100 = 100000 – от $\mathbf{M_2} \times (\mathbf{M_3} \times \mathbf{M_4})$ + (получава се матрица с размерност 20 × 100)
10*20*100 = 20000 – от $\mathbf{M_1} \times (\mathbf{M_2} \times (\mathbf{M_3} \times \mathbf{M_4}))$ (получава се матрица 10 × 100)

При тази последователност на умножаване на матриците са нужни 125 000 умножения на реални числа. Нека да извършим умножението в друг ред: $(\mathbf{M_1} \times (\mathbf{M_2} \times \mathbf{M_3})) \times \mathbf{M_4}$. Броят умножения на реални числа за получаване на същия резултат ще бъде:

20*50*1 = 1000 – от $(\mathbf{M_2} \times \mathbf{M_3})$ + (получава се матрица с размерност 20 × 1)
10*20*1 = 200 – от $(\mathbf{M_1} \times (\mathbf{M_2} \times \mathbf{M_3}))$ + (получава се матрица с размерност 10 × 1)
10*1*100 = 1000 – от $(\mathbf{M_1} \times (\mathbf{M_2} \times \mathbf{M_3})) \times \mathbf{M_4}$ (получава се матрица с размерност 10 × 100).

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ИНФОРМАТИКА
Общински кръг, януари 2021 г.
Група B, 9-10 клас

При тази последователност на умножаване на матриците са нужни 2200 умножения на реални числа – разликата е чувствителна, нали?

Напишете програма **matrices,** която намира минималния брой умножения на реални числа, които са необходими, за да бъде намерено произведението на n матрици $\mathbf{M_1} \times \mathbf{M_2} \times \ldots\ldots \times \mathbf{M_n}$ с размерности $R_0 \times R_1$, $R_1 \times R_2$, $R_2 \times R_3 \ldots\ldots$, $R_{n-1} \times R_n$.

Вход. От първия ред на стандартния вход се въвежда цяло положително число n – брой на матриците. От втория ред се въвеждат $n+1$ цели положителни числа R_0, R_1, R_2 ……,R_n, разделени с интервали, които задават размерностите на матриците.

Изход. На един ред на стандартния изход изведете само едно число – намерения минимален брой умножения на реални числа, необходими за намирането произведението на матриците.

Ограничения: $2 \le n \le 100$;

$1 \le R_0, R_1, R_2 \ldots\ldots, R_n \le 1000$

Пример (съответства на примера, разгледан в условието)

Вход

```
4
10 20 50 1 100
```

Изход

```
2200
```