**Анализ**

Решението за 30 точки е ясно. Проверяваме всички възможности за числител и знаменател на дробите. За да не броим някои дроби по няколко пъти, проверяваме дали НОД(числител; знаменател) е единица (т.е. броим всички несъкратими дроби). Сложността е $O\left(N^{2}\right)$.

При решението за 70 точки трябва да развием предната идея. Броят несъкратими дроби с даден знаменател е равен на броя числа, взаимнопрости със знаменателя. На състезателите в А група, би трябвало да им е известно, че това число се нарича функция на Ойлер. Формулата за смятане изисква да знаем кои прости делители делят дадено число. Това може да стане за корен от даден знаменател. Така за всеки възможен знаменател, смятаме функцията на Ойлер и събираме получените числа. Сложността е $O\left(N\sqrt{N}\right)$.

Пълното решение използва предната идея. Как можем да смятаме по-бързо функцията на Ойлер? Понеже ни трябва за всички числа от 1 до ***N***, можем да използваме модификация на решето на Ератостен – така за дадено просто число променяме за всички кратни числа стойностите им на функцията на Ойлер. Тук няма как да пускаме решето до корен ***N***, защото трябва за всяко просто число да направим изчислението, както и трябва да пускаме вътрешния цикъл от конкретното просто число (а не от квадрата му). Затова сложността на решението за 100 точки е $O\left(Nlog\_{2}N\right)$.

Всъщност може да се напише и решение с по-добра сложност. Използваме следното представяне за функцията на Ойлер $φ\left(n\right)=\left\{\begin{array}{c}\left(p-1\right)\*φ\left(\frac{n}{p}\right), ако p^{2}∤n\\p\*φ\left(\frac{n}{p}\right), иначе\end{array}\right.$това е за прост делител *p* на *n*. Използвайки решето на Ератостен, лесно можем с оптимизациите да намерим най-малкия прост делител на всяко число от 1 до ***N***. Това решение вече е със сложност $O\left(Nlog\_{2}log\_{2}N\right)$, но тестването показа, че не се държи значително по-бързо от горното. Има още поле за оптимизации – решето на Ератостен може с малък трик да се напише и с линейна сложност, но това ще е прекалено за общински кръг.

*Автор: Илиян Йорданов*