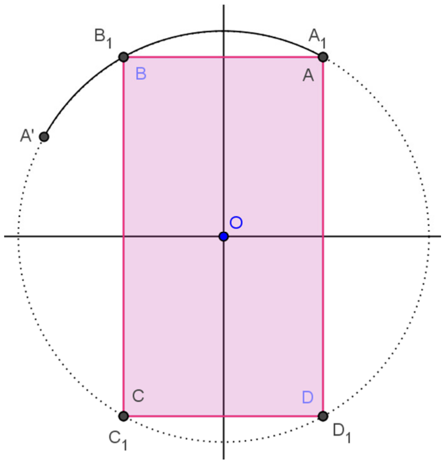
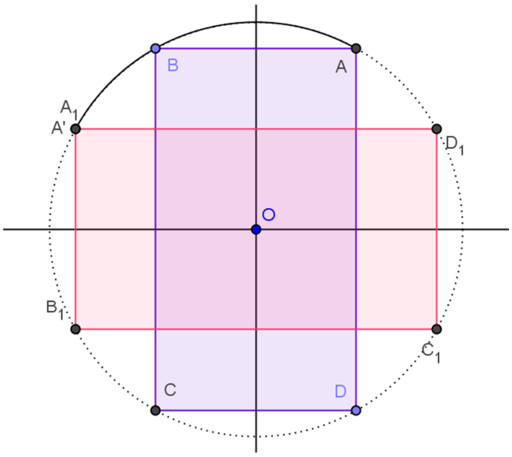
АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
СЯНКА



Удобно е да изберем координатна система с център пресечната точка на диагоналите на двата правоъгълника O и оси, успоредни на страните на единия правоъгълник, например ABCD, който ще разглеждаме като неподвижен. Без ограничение на общността, ще означим с a страната му, която не е по-голяма и ще я фиксираме хоризонтално. Другата страна съответно ще означим с b (и, естествено, тя ще се разположи вертикално). Поради симетрията, принципно различните взаимоположения на двата правоъгълника се получават при въртенето на втория („подвижен“) правоъгълник $A_1B_1C_1D_1$ около O от съвпадението с неподвижния, до момента, в който неговата страна b застане хоризонтално. Ако гледаме движението на точка A_1 в положителна посока, това е по дъгата от A през B до A'.

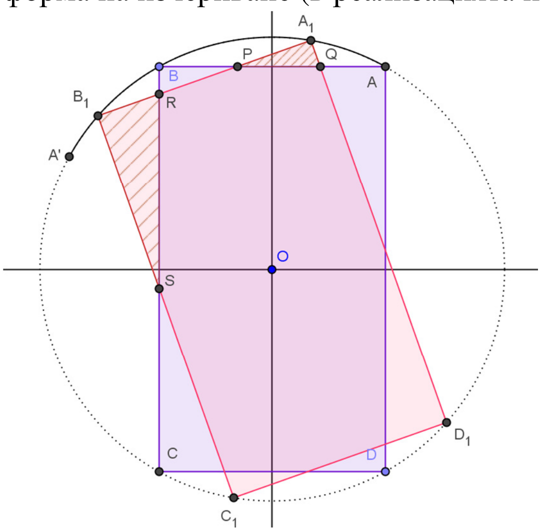
Радиусът на окръжността, на която принадлежи разглежданата дъга $\widehat{ABA'}$, се изчислява лесно по формулата $Rad = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$.



Граничният случай, когато $A_1 \equiv A'$, се пресмята лесно: $S = 2ab - a^2$: от сумата на двете лица изваждаме повтарящото се квадратно сечение. Същата идея подсказва, че докато A_1 се движи от A' към B по дъгата A'B, покриваното общо лице намалява: сечението, чието лице вадим, се превръща в успоредник със същата височина a, но с все по-голяма основа, тъй като най-късото разстояние между успоредните прави B_1C_1 и A_1D_1 е a, а BC вече не е перпендикулярна на A_1B_1. Следователно, търсеният максимум се постига или във вече изчисления случай, или докато A_1 е някъде по дъгата AB.

Специалният случай за квадрати $(a = b)$ постига максимума си в средата на дъгата AB и това се съобразява много лесно.

За намирането на максимума при движението на A_1 по дъгата AB вече се предполага някаква форма на изчерпване (в реализацията на автора – „клатене“).



По стандартните определения за синус и косинус, всяка точка T по окръжността има координати $T = (Rad\cos\varphi, Rad\sin\varphi)$, където с φ е означен ъгълът, който сключва TO с положителната посока на абсцисата. Означаваме $A = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) = (Rad\cos\alpha, Rad\sin\alpha)$, $B = \left(-\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) = (Rad\cos\beta, Rad\sin\beta)$. Ъглите α и β се пресмятат чрез стандартната функция $\alpha = atan\frac{b}{a}$, $\beta = \pi - \alpha$. Ако означим $A_1 = (Rad\cos\gamma, Rad\sin\gamma)$, то движението на A_1 по дъгата AB се задава с $\alpha < \gamma < \beta$.

Лицето, чийто максимум търсим, се задава с формулата $S = ab + 2(S_{\Delta A_1PQ} + S_{\Delta B_1SR})$. За намиране на координатите на P, Q, R и S можем да използваме различни геометрични съображения. За лицата е приложима известната формула по три координати или факта, че са правоъгълни и дължина на отсечка (Питагорова теорема) за намиране на катетите. Накрая извеждаме по-голямото число от намереното чрез изчерпването и $2ab - a^2$.

Автор: Павлин Пеев