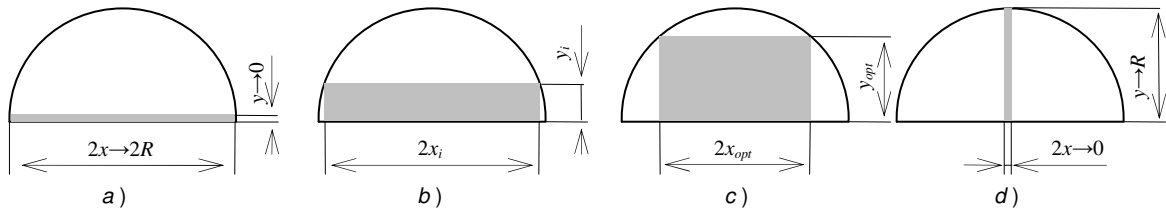


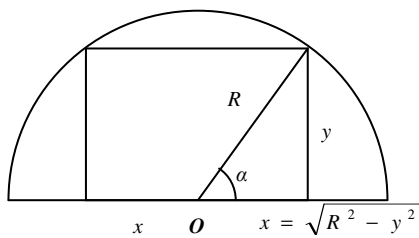
АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА МАКСИМАЛНО ЛИЦЕ

Първи вариант – Двоично търсене

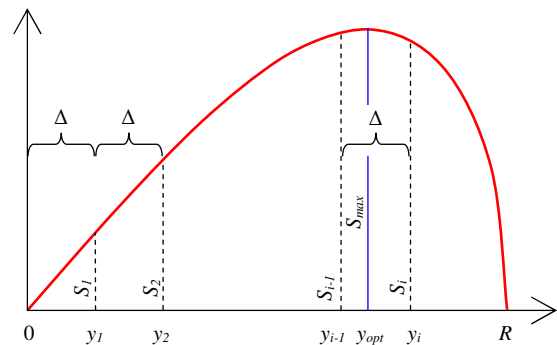
Фигура 1 илюстрира как при увеличаване на височината y на вписания правоъгълник лицето му S също се увеличава и за някакво оптимално y_{opt} става максимално. По-нататъшно увеличаване на y води до намаляване на S до 0 в граничния случай ($y = R$).



Фигура 1



Фигура 2



Фигура 3

Определянето на S е показано на Фигура 2.

$$S = f(y) = 2 \cdot x \cdot y = 2 \cdot y \cdot \sqrt{R^2 - y^2} \quad (1)$$

На Фигура 3 е показан подходът за намиране на y_{opt} . Започвайки от най-малката допустима стойност, увеличаваме y с някаква стъпка Δ и пресмятаме лицето S на правоъгълника. Когато за някакво y_i пресметнатото лице S_i стане по-малко от лицето S_{i-1} , определено при предишната стъпка (т.е. при y_{i-1}), това означава, че при нарастването y „е подминал“ y_{opt} . Намаляваме Δ и обръщаме посоката на търсене на y_{opt} (намаляваме y с Δ). При новата посока на търсене първоначално S ще расте. При достигане $y_i < y_{opt}$, S ще започне да намалява – правим ново намаляване на Δ и обръщаме посоката на търсене и т.н. до достигане на някаква минимална стойност на Δ , при която y практически се изравнява с y_{opt} . С намереното y_{opt} изчисляваме чрез (1) S_{max} .

В приложената по-долу програмна реализация на описания подход за начална стойност на Δ е избрано $R/2$ и при всяко обръщане на посоката за търсене Δ намалява двойно. Очевидно при такъв подход решението има сложност $\log_2 R$.

Втори вариант – решение с константна сложност

По досетливите (и по-добре подготвени по математика ☺) ще забележат от Фигура 2, че в (1) $y = R \cdot \sin \alpha$ и $x = R \cdot \cos \alpha$. Тогава (1) придобива вида

$$S = 2 \cdot x \cdot y = 2 \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot R \cdot \cos \alpha = R^2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = R^2 \cdot \sin 2\alpha \quad (2)$$

При константна стойност на R^2 , максимум на S ще се постигне при максимум на $\sin 2\alpha$, който е 1. Или решението на задачата е $S_{\max} = R^2$

Примерна реализация на езика C++

```
#include <cstdio>
#include <cmath>
#define PRECISION (1.0e-7)

double S(double r){
    double yprev=0, y=r/2, step=r/2, sprev=0, s, rr=r*r;
    for (; fabs(y-yprev)>PRECISION; yprev=y, y+=step, sprev=s){
        s = ((y*y>rr || y<0)?0:2*y*sqrt(rr-y*y));
        if (s<sprev) step=-step/2;
    }
    return 2*y*sqrt(rr-y*y);
}

int main(){
    double R;
    scanf("%lf", &R);
    printf("%.3lf\n", S(R));
    return 0;
}
```

*Автор: Евгений Василев,
Катедра Информатика, НПИМГ*