Анализ на задача

НАМАЛЯВАНЕ ЧРЕЗ ПРЕМЕСТВАНЕ

Разглеждаме записа $Z = \overline{d_1 d_2 d_3 \cdots d_k}$, където d_i са десетични цифри. След „преместване“ получаваме $\mu(Z) = Z' = \overline{d_3 \cdots d_k d_1 d_2}$. Интересува ни да е изпълнено $\mu(Z) = Z/N$, или все едно $Z = N \times \mu(Z)$.

Задачата винаги има решение, което следва от алгоритмите за деление, описани по-долу.

Наивните решения включват различни начини на изчерпване. Разумно е, разбира се, да се проверяват кратните на N, тъй като Z е такова. Могат да се видят и частни правила – някои по-специфични примери са включени в системата от тестове. За такива решения са предвидени частични точки.

За по-сериозно решение можем да приложим следната идея: да си представим, че числото е Z е записано в бройна система с основа 100 („стоична“ бройна система). Ако предположим всевъзможните комбинации за d_1 и d_2, все едно имаме за начало стоичната „цифра“ $10d_1 + d_2$. Алгоритъмът за деление не се променя принципно от това, в коя бройна система работим. Така можем да започнем делението от S=0 и $D_1=10d_1 + d_2$, i=1. Ясно е, впрочем, че няма смисъл да разглеждаме случая $d_1 = d_2 = 0$: преместването на две водещи нули от първо на последно място по никой начин не може да води до намаляване на стойността на числото, напротив – то се увеличава, защото първата значеща цифра (а такава трябва да има по определение) се измества с два разреда по-напред.

1. Образуваме числото, което се получава чрез „сваляне“ и „долепяне“ на цифра D_i към S (т.е. $S \leftarrow 100 * S + D_i$).
2. Тогава следващата стоична цифра се получава, като разделим S на N: цялата част на частното ще е стоичната цифра D_{i+1} ($=10d_{2i-1} + d_{2i}$.), а остатъкът – новото S.
3. Ако S=0 и $D_{i+1}=D_1$, край на цикъла: получили сме цифрите на числото, което започва с D_1 и намалява N пъти, когато първите му две цифри се преместят накрая (оставайки в същия ред).
4. Иначе: $i \leftarrow i+1$ и, като използваме вече намерената току-що стоична цифра, преминаваме към т. 1.

По време на изчерпването на 99-те начала поддържаме минималното получено решение (според определението за минималност).

Този алгоритъм е лесен за реализация, но ще даде само решения с четен брой цифри (на всяка стъпка се добавя една стоична цифра, т. е. – две десетични). Ако оптималното решение е с четен брой цифри, то ще бъде открито. Очевидно е също, че ако една редичка от цифри е решение на задачата, то тя, повторена няколко пъти, също е решение. От това следва, че горният алгоритъм може да бъде усъвършенстван до пълно решение: намирайки всяко четно решение, можем да проверим дали то не се състои от няколко еднакви нечетни части и, ако това се случи, да използваме една от тези части за решение.

Ако внимателно се реализира, обаче, задачата може да бъде решена с най-стандартен алгоритъм за деление в десетична бройна система. Идеята е подобна на горната, само трябва да се внимава коя цифра следва да бъде „свалена“, тъй като в резултата „се движим“ с една цифра напред. Авторът предлага това решение. Ако обърнем задачата (преместването на двете последни цифри на едно число на първо място го увеличава N пъти), можем да използваме умножение вместо деление за намиране на $\mu(Z)$, а оттам и на самото Z.

Автор: Павлин Пеев