

Анализ на socks

Андрей Стефанов

1 Решение за $N \leq 5$

Проверяваме с Brute Force всички възможни серии на сгъвания на чорапи.

Сложност: $\mathcal{O}\left(\frac{(2N)!}{2^N}\right)$

2 Решение за $N \leq 9$

Brute force с битмаска. Сложност: $\mathcal{O}(N^2 \cdot 2^N)$

3 Решение за $K = 0$

Тъй като можем да сгънем два чорапа само ако имат еднакъв цвят, достатъчно е да проверим дали всеки цвят се среща четен брой пъти, което лесно може да се направи със сортиране. Сложност $\mathcal{O}(N \log N)$

4 Решение за $a_i \leq 1000$

Няма предвидено решение за тази подзадача

5 Пълно решение

Нека $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_{2N}$ са ни чорапите. Разделяме редицата на интервалите $[1; b_1], [b_1 + 1; b_2], [b_2 + 1; b_3] \dots [b_m + 1; 2N]$ където $b_1, b_2 \dots b_m$ са всички индекси за които $a_{b_i+1} - a_{b_i} > K$ за всяко $i, 1 \leq i \leq m$. Тези интервали от чорапи са независими, защото всяка двойка чорапи от различни групи има разлика строго по-голяма от K , затова е достатъчно да проверим всеки интервал по отделно дали може да се сгъне със сигурност

Нека $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_t$ е един такъв интервал, за който вече знаем че $c_{i+1} - c_i \leq K$. Очевидно, ако t е нечетно, тогава редицата не може да се сгъне. Ако $c_t - c_1 \leq K$, тогава всяка двойка чорапи може да се сгъне, така че цялата редица винаги ще бъде сгъната. Ако $c_t - c_1 > K$, тогава Бобчо може сгъне двойките чорапи $(c_2, c_3), (c_4, c_5) \dots (c_{2N-2}, c_{2N-1})$ и ще му останат c_1 и c_t , които не могат да бъдат сгънати и в този случай редицата не винаги ще бъде сгъната. Вече можем да видим че е достатъчно само да проверим

дали $2 \mid t$ и $c_t - c_1 \leq K$ за всеки интервал в $a_1, a_2 \dots a_{2N}$, което лесно може да се направи със сортиране.

Сложност: $\mathcal{O}(N \log N)$