# АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА ПАРАЛЕЛЕН КЬОНИГСБЕРГ

- ✓ **Тагове**: интервали, сортиране, комбинаторика, пермутации, стек, дървовидни структури

Нека първо да изчистим частния случай с мост номер 5. Тъй като по него преминаваме мигновено, то изборът му по никакъв начин не влияе на времената на преминаване през останалите мостове. Понеже в началото започваме от областта $AD$, то е ясно, че в нечетните секунди се придвижваме в посока $AD \rightarrow BC$, а в четните в посока $BC \rightarrow AD$. Тогава по мост номер 5 може да се премине в началото на всяка нечетна секунда, когато все още се намираме в областта $AD$. Това означава, че ако намерим броя валидни начини за преминаване по останалите мостове и умножим този брой по броя на нечетните числа в интервала $[L_5, R_5]$, ще получим отговора на задачата.

Така сведохме задачата до следната постановка: да се намери броят на пермутациите, изпълняващи условието всяко число $i$ да се намира между позиции $L_i$ и $R_i$ включително, като тези интервали не се пресичат.

**Подзадача 1**

За да решим задачата за 30 точки, е достатъчно да разгледаме всяка една от пермутациите и да преценим дали тя изпълнява поставените условия. Сложността на това решение е $O(N! \times N)$.

**Подзадача 2**

Тук трябва да направим леко комбинаторно наблюдение за това как да пресмятаме броя на пермутациите по-ефективно. Нека разгледаме интервала, в който трябва да бъде поставено числото $i - [L_i, R_i]$. Важният въпрос тук е следният: на колко различни позиции можем да поставим числото $i$. По принцип отговорът е $R_i - L_i + 1$, но тук трябва да погледнем нещата по друг начин. Ако разгледаме всички числа $j$, чийто интервали се намират вътре в интервала на числото $i$ т.е. $L_i \leq L_j \leq R_j \leq R_i$, ще установим, че всяко едно от тези числа $j$ вече заема по една позиция от интервала $[L_i, R_i]$. Така всъщност се оказва, че за всяко число има толкова на брой начина да бъде поставено, колкото са свободните позиции в интервала му т.е. $R_i - L_i + 1 - cnt$, където $cnt$ е броят на вътрешните интервали. Частен случай е когато имаме два или повече интервала със съвпадащи краища – тогава трябва да изберем единия за външен, а останалите за вътрешни. Общата сложност е $O(N^2)$, тъй като за всеки интервал трябва да преброим колко от останалите влизат в него.

**Подзадача 3**

Можем да оптимизираме броенето на вътрешните интервали, като първо сортираме всички интервали по първи критерий – нарастване на десен край, и втори критерий – намаляване на ляв край (нарастване на дължината). След това ще поддържаме интервалите в стек. При добавянето на нов интервал, той изкарва всички интервали от върха на стека, който му се падат вътрешни, и този брой се запазва. Така сумирайки броя на вътрешните интервали за всеки от извадените интервали, получаваме броя на вътрешните интервали за новодобавения интервал. Решението е линейно след сортировката на интервалите, а иначе цялата сложност е $O(N \times \log_2 N)$.

# АНАЛИЗ НА РЕШЕНИЕТО НА ЗАДАЧА
# ПАРАЛЕЛЕН КЬОНИГСБЕРГ

Алтернативно може да се използва някаква дървовидна структура, поддържаща заявки за добавяне на единица на даден индекс и намиране на сума в интервал, за да се извършва броенето на вътрешните интервали. Например, дърво на Фенуик или сегментно дърво биха свършили отлична работа. Така решението ще бъде малко по-бавно, но отново би трябвало да бъде оценено със 100 точки.

*Автор: Добрин Башев*